

模倣ダイナミクスによる不動産市場の循環モデル

植 杉 大

Circulation Model of the Property Market applied Evolutionary
Dynamics by Imitation

Dai Uesugi

2017.3

『摂南経済研究』第7巻 第1・2号 別刷
摂南大学経済学部

論文

模倣ダイナミクスによる不動産市場の循環モデル

植杉 大*

Circulation Model of the Property Market applied Evolutionary
Dynamics by Imitation

Dai Uesugi

【要 旨】

本論文は不動産市場における売り手と買い手の協調的取引関係を記述するモデルとして、進化ゲーム理論を応用することを提案する。特に、模倣を通じた学習ダイナミクスにより強気な値付戦略と弱気な値付戦略をとる売り手と買い手の割合が推移し、平均的な取引価格の上昇や下落をモデルに含めることによって、売り手と買い手の間の利得に関する不公平感が各主体の戦略の変化や価格循環を引き起こすメカニズムを明らかにした。さらにこれを視覚的に確認するため、エージェントベースシミュレーションを行い、初期条件によらない売り手と買い手の頑強な協調的取引関係を示した。

* 摂南大学経済学部

1 はじめに

資産市場において、「売り手市場」または「買い手市場」という表現で、その市場の状態を表すことが多い。特に、不動産市場は売り手と買い手の合意による相対取引によって価格が成立するため、必ずしも売買金額はその不動産の価値を公正に反映した価格で取引されない傾向が強い。そのため、売り手や買い手の事情や感情、交渉力がその時々不動産価格に反映され、その強弱により「売り手市場」「買い手市場」という状態が発生すると考えられる。

「売り手市場」とは、売り手の保有不動産に対して稀少性がある、保有不動産の品質等に関する情報の非対称性の存在により売り手が価格コントロールにおいて優位性を持つなど、売り手が価格交渉を強気に行える状態と考えられる。逆に買い手は、不動産の稀少性のため、売り手の提示した募集価格に応じざるを得ず、買い進みを起こしている状態と考えられる。一方「買い手市場」とは、市場に供給される不動産に相対的に稀少性が減少しており、不動産の品質等に関する情報の非対称性の軽減により買い手が買い控えや十分に時間をかけ不動産を吟味できるなど、買い手が価格交渉を強気に行える状態と考えられる。逆に売り手は、売却が進まず、買い手の提示するであろう低い価格を想定して募集価格を提示せざるを得ない状況と考えられる。

これらの状況を鑑みると、売り手と買い手がそれぞれ「強気」「弱気」に価格提示を行うという戦略をもち、その戦略の組に応じて双方の利得が決定されるという2×2の非協力ゲームの構造を持っていることが分かる。戦略の組み合わせとそれぞれの状況は、

1. 売り手が「強気」、買い手が「弱気」の場合が、いわゆる「売り手市場」
2. 売り手が「弱気」、買い手が「強気」の場合が、いわゆる「買い手市場」
3. 売り手が「強気」、買い手が「強気」の場合は、取引不成立
4. 売り手が「弱気」、買い手が「弱気」の場合は、交渉力に応じて契約成立

となる。

不動産市場における市場における売り手と買い手の力関係をゲーム理論を応用して記述した先行研究として、**Quan and Quigley(1991)[3]**が挙げられる。そこでは、**Rubinstein(1982)[4]**による協力ゲームによる利得の配分を利用して、買い手の留保価格と売り手の提示価格の差(配分されるパイの大きさ)をどのように売り手買い手の間で配分するかの比率が示されている。しかし、**Quan and Qugley**モデルは基本的に静学モデルであり、不動産価格の変動及び売り手と買い手の行動の推移については記述できない。また、**Rubinstein(1982)**のモデルは完全情報の静学モデルであり、**Rubinstein(1985)[5]**において不完全情報に拡張されたものの、静学モデルであることは変わらないので価格変動をとらえる動学的な考察が困難である。

そこで、本論文では、売り手と買い手の取引姿勢に関する戦略を明示しながら不動産価格の動向も示すことのできるモデルとして進化ゲームを基礎としたモデルを提示したい**[6][2]**。

進化ゲームは、静学的なゲームを動学化したものといえる。ゲームのプレーヤーが選択する戦略がどのような割合で推移してゆくのかを動学的に分析することができる。併せて、各期に交渉の結果成立した取引価格がどのように推移するかも動学的に分析することができる。した

がって、不動産市場における売り手と買い手の交渉力や感情と価格の関係を時系列的に分析することができる。

これまで進化ゲームを応用した不動産市場分析として植杉(2016)[7]があるが、レプリケーターダイナミクスを動学の基礎に置いている。しかし、レプリケーターダイナミクスは、例えば生物学的な進化現象のように、一般に長いタイムスケールで起きる現象に適した動学であり、短期的な不動産市場の状態を扱う動学としては適切ではないかもしれない。

不動産市場における「売り手市場」と「買い手市場」の循環が価格推移に応じて循環して起こるようなモデルを構築する場合、むしろ学習ダイナミクスの方がより適した動学といえよう(大浦(2008)[8])。¹

学習ダイナミクスは、模倣ダイナミクス、試行錯誤ダイナミクス、最適反応ダイナミクスに大別される。不動産市場への適用を考えると、売り手と買い手がゲームによる利得の全体像を把握し相手の利得がどうなるのかを知りえるような、最適反応ダイナミクスは想定しづらいかもしれない。また、強化学習と忘却をダイナミクスの基礎に置く試行錯誤ダイナミクスについては、不動産市場に参加している売り手や買い手は、現実的にそれほど頻繁に取引をしないため、不向きな面があると考えられる。

そこで本論文では、模倣ダイナミクスを用いて不動産市場の「売り手市場」「買い手市場」という状態を考察したい。模倣ダイナミクスでは、同集団から対象を一人選択し、もしゲームの結果得られた自分の利得より選択された他者の利得が多い場合に、その他者の戦略を模倣することを通じてダイナミクスが形成される。他者の選択のしかたは、ランダム選択や選択確率が利得に応じて変化するなど、いくつかのヴァリエーションがある。本論文では最も単純なランダム選択のモデルを採用する。また、植杉(2016)と同様に、不動産価格の変化に応じて利得が変化することを想定し、売り手あるいは買い手のどちらかが一方的に利得を独占するために、もう一方に利得に関する不公平が生じることで相転移が起き、これにより売り手と買い手の「強気」「弱気」の戦略をとる割合が変化し循環するモデルを考察する。

本論文の以下の構成は次の通りである。第2節では不動産市場における「売り手市場」「買い手市場」の循環モデルを構築する。第3節では、これに従ったエージェントベーストシミュレーションを行い、より視覚的にモデルを考察する。第4節ではまとめと今後の課題を示す。

¹ Björnerstedt and Weibull(1996)[1]によれば、見直しを行う人数を決定する率は、レプリケーターダイナミクスで扱われている時間をスケール変換したものと同じであることが示されている。したがって、レプリケーターダイナミクスと模倣ダイナミクスの結果はほぼ同様のものとなる。

2 モデル

2.1 基本となる進化ゲーム

はじめに各期に売り手と買い手によって行われるゲームを記述する。売り手は、売却する不動産について留保価格 P_s をもっているとする。買い手は、購入しようとしている不動産について留保価格 P_b をもっているとする。取引対象となる不動産売買について、売り手が強気（買い手が弱気）ならば価格は P_1 で取引される。また、売り手が弱気（買い手が強気）ならば価格は P_2 で取引されるとする。したがって各価格の大小関係は $P_b \geq P_1 \geq P_2 \geq P_s$ となる。したがって、売り手と買い手の間で、両者の留保価格の差をどのように分配するかというゲームが実行される。売り手と買い手の両者が共に同じ価格を提示するならば、その価格で取引が成立するが、異なる場合はどうであろうか。売り手が強気で P_1 を提示し買い手が強気で P_2 を提示した場合、取引が成立しないので、両者の利得は共に0となる。また、売り手が弱気で P_2 を提示し買い手が弱気で P_1 を提示した場合、価格交渉を行う余地が生じる。このモデルでは、 $q = kP_1 + (1 - k)P_2, 0 \leq k \leq 1$ と考える。ここで k は、いわば市場における強気な売り手と弱気な買い手の協調の程度を表している。

ここでさらに、価格が当初の価格 p_0 から a 上昇した場合を考えると、価格上昇分は初期と比べた買い手の負担となり、売り手はその分を受け取ることができるとする。したがって利得行列は図1となる。また図1を正規化することで、図2の利得行列が得られる²。

\ 買い手	P ₁	P ₂
売り手		
P ₁	P _b - P ₁ - a P ₁ - P _s + a	0 0
P ₂	P _b - q - a q - P _s + a	P _b - P ₂ - a P ₂ - P _s + a

図 1: 利得行列

\ 買い手	P ₁	P ₂
売り手		
P ₁	P _b - P ₁ - a P ₁ - q	0 0
P ₂	0 0	q - P ₂ P ₂ - P _s + a

図 2: 正規化された利得行列

² 利得行列の特定の列または行のすべての要素に同じ値を加えることを、局所的シフトという。利得行列の非対角要素がゼロになるように局所的シフトをおこなうことにより、各プレイヤーが戦略を変更しても期待利得の差に変わらないので、図1と図2の利得行列は等価であるという。

以下では図2に示された正規化した利得行列を用いて、売り手及び買い手の期待利得を考える。強気の売り手の割合を x 、弱気の売り手の割合を $1-x$ とする。一方、弱気の買い手の割合を y 、強気の買い手の割合を $1-y$ とする。売り手の期待収益 π_s は、以下の通りである。

$$\pi_s = [(P_1 + P_2 - q - P_s + a)y - (P_2 - P_s + a)]x - (P_2 - P_s + a)y + (P_2 - P_s + a) \quad (1)$$

したがって、売り手は以下の条件で強気か弱気かの戦略を選択する。

$$\begin{aligned} x = 1 & \quad \text{if} \quad y > \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a} \\ x = 0 & \quad \text{if} \quad y < \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a} \\ 0 \leq x \leq 1 & \quad \text{if} \quad y = \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a} \end{aligned}$$

一方、買い手の期待収益 π_b は、以下の通りである。

$$\pi_b = [(P_b - P_1 - P_2 + q - a)x - (q - P_2)]y - (q - P_2)x + (q - P_2) \quad (2)$$

したがって、買い手は以下の条件で強気か弱気かの戦略を選択する。

$$\begin{aligned} y = 1 & \quad \text{if} \quad x > \frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a} \\ y = 0 & \quad \text{if} \quad x < \frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a} \\ 0 \leq y \leq 1 & \quad \text{if} \quad x = \frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a} \end{aligned}$$

したがって、これらの結果を図示すれば、図3で示されるようにナッシュ均衡は $(x, y) = (0, 0), (1, 1), (\frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a}, \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a})$ の3つ存在することがわかる。

ここで、 a のとる範囲について考える。明らかに、売り手および買い手の戦略を決定する閾値は、 a の値によっても変化する。このモデルで考察する範囲は $0 < x, y < 1$ なので、これを満たす範囲の a を求めると、以下の通りとなる。

$$\begin{aligned} 0 < \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 - q + P_2 - P_s + a} < 1 \\ & \rightarrow a > P_s - P_2 \\ 0 < \frac{q - P_2}{P_b - P_1 + q - P_2 - a} < 1 \\ & \rightarrow a < P_b - P_1 \end{aligned}$$

したがって、 $a \leq P_s - P_2$ かつ $a \geq P_b - P_1$ の範囲に a がある場合を除外して考察をおこなう³。

³ これは、 a が連続的に変化し、もし a が考察範囲外にある、つまり激しく上昇あるいは下落したとしても、時間幅を短くとることによって、 a を考察範囲内に収めることができると考えているといつてよい。

図2をみるとわかるように、 $a < P_s - P_2$ かつ $a > P_b - P_1$ の範囲に a がある場合、対角要素にある利得は全てプラスとなることで、協調ゲームであることが保証される。 a の値に応じて、売り手が強気戦略をとった時の利得 $P_1 - q$ と弱気戦略をとった時の利得 $P_2 - P_s + a$ 、および買い手が弱気戦略をとった時の利得 $P_b - P_1 - a$ と強気戦略をとった時の利得 $q - P_2$ の大小関係が変化する。それに伴って、次のような4パターンの可能性が考えられる。

- I. (1) $P_1 - q > P_2 - P_s + a$ かつ (i) $P_b - P_1 - a > q - P_2$
 ((1) $a < P_1 - q - P_2 + P_s$ かつ (i) $a < P_b - P_1 - q + P_2$)
- II. (1) $P_1 - q > P_2 - P_s + a$ かつ (ii) $P_b - P_1 - a < q - P_2$
 ((1) $a < P_1 - q - P_2 + P_s$ かつ (ii) $a > P_b - P_1 - q + P_2$)
- III. (2) $P_1 - q < P_2 - P_s + a$ かつ (i) $P_b - P_1 - a > q - P_2$
 ((2) $a > P_1 - q - P_2 + P_s$ かつ (i) $a < P_b - P_1 - q + P_2$)
- IV. (2) $P_1 - q < P_2 - P_s + a$ かつ (ii) $P_b - P_1 - a < q - P_2$
 ((2) $a > P_1 - q - P_2 + P_s$ かつ (ii) $a > P_b - P_1 - q + P_2$)

これらを見やすくまとめたものが、表1である。次節では、これに従って x, y のダイナミクスを検討する。

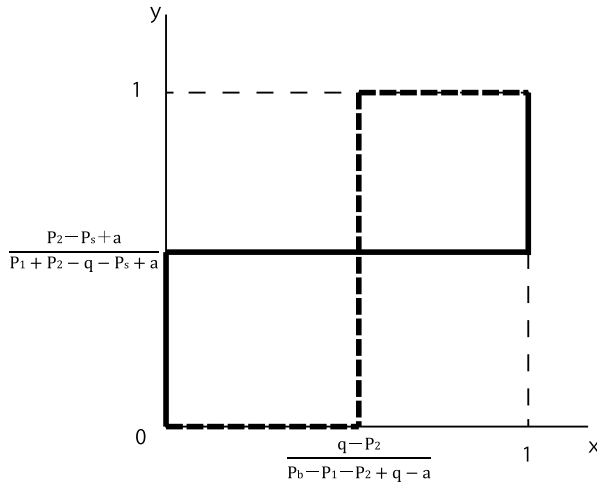


図3: 売り手と買い手の戦略

		$a < P_b - P_1$	
		$a < P_b - P_1 - q + P_2$	$a > P_b - P_1 - q + P_2$
$a > P_s - P_2$	$a < P_1 - q - P_2 + P_s$	I. [(1),(i)]	II. [(1),(ii)]
	$a > P_1 - q - P_2 + P_s$	III. [(2),(i)]	IV. [(2),(ii)]

表1: a の範囲に対応したパターン分類

2.2 模倣学習による x, y のダイナミクス

次に x, y の動学をみる。

本論文のモデルは、売り手と買い手という2種類の立場を持つプレイヤーが存在するため、非対称ゲームに分類される。

立場 J (売り手: $j = s$ 、買い手: $j = b$) のプレイヤー集団の人数は N_j 人とする。立場 J のプレイヤーは、微小時間 dt の間に $r_j dt$ の確率で戦略の見直しをする。

したがって、微小時間 dt の間に戦略を見直すプレイヤー数は、 $N_j r_j dt$ となる。以下では、前節で示した売り手のパターン(1),(2)における x のダイナミクス、買い手のパターン(i),(ii)における y のダイナミクスを求め、両者をあわせた I から IV における x, y のダイナミクスを考察する。

2.2.1 (1) $P_1 - q > P_2 - P_s + a$

この場合、 dt の間に戦略を見直す売り手のプレイヤー数は $N_s r_s dt$ である。

はじめに、弱気戦略から強気戦略に流入する人数合計を求める。弱気戦略をとる割合 $1 - x$ の売り手は、強気戦略をとる割合 x の売り手のうち弱気戦略をとる買い手 (割合は y) との交渉により利得を得た売り手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流入人数の合計は

$$(1 - x)N_s r_s dt \cdot xy$$

となる。

次に、強気戦略から弱気戦略に流出する人数合計を求める。強気戦略をとる割合 x の売り手のうち強気戦略をとる買い手 (割合は $1 - y$) との交渉により利得0であった売り手は、弱気戦略をとる割合 $1 - x$ の売り手のうち弱気戦略をとる買い手 (割合は $1 - y$) との交渉により利得を得た売り手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流出人数の合計は

$$x(1 - y)N_s r_s dt \cdot (1 - x)(1 - y)$$

となる。

以上より、強気戦略をとる売り手の増加数=流入数-流出数なので、

$$\begin{aligned} N_s dx &= (1 - x)N_s r_s dt \cdot xy - x(1 - y)N_s r_s dt \cdot (1 - x)(1 - y) \\ &= -x(1 - x)N_s r_s dt \cdot (y^2 - 3y + 1) \end{aligned}$$

となる。さらにこの式を $N_s dt$ で割ることにより、次式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = -r_s x(1 - x)(y^2 - 3y + 1) \quad (3)$$

したがって、 x のダイナミクスについて以下の結論が得られる。

- $y^2 - 3y + 1 > 0$ ($0 < y < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$) の場合 $\frac{dx}{dt} < 0$
- $y^2 - 3y + 1 < 0$ ($\frac{3-\sqrt{5}}{2} < y < 1$) の場合 $\frac{dx}{dt} > 0$

2.2.2 (2) $P_1 - q < P_2 - P_s + a$

この場合、 dt の間に戦略を見直す売り手のプレーヤー数は $N_s r_s dt$ である。

はじめに、弱気戦略から強気戦略に流入する人数合計を求める。弱気戦略をとる割合 $1-x$ の売り手のうち強気戦略をとる買い手 (割合は y) との交渉により利得0であった売り手は、強気戦略をとる割合 x の売り手のうち弱気戦略をとる買い手 (割合は y) との交渉により利得を得た売り手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流入人数の合計は

$$(1-x)yN_s r_s dt \cdot xy$$

となる。

次に、強気戦略から弱気戦略に流出する人数合計を求める。強気戦略をとる割合 x の売り手は、弱気戦略をとる割合 $1-x$ の売り手のうち弱気戦略をとる買い手 (割合は $1-y$) との交渉により利得を得た売り手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流出人数の合計は

$$xN_s r_s dt \cdot (1-x)(1-y)$$

となる。

以上より、強気戦略をとる売り手の増加数=流入数-流出数なので、

$$\begin{aligned} N_s dx &= (1-x)yN_s r_s dt \cdot xy - xN_s r_s dt \cdot (1-x)(1-y) \\ &= x(1-x)N_s r_s dt \cdot (y^2 + y - 1) \end{aligned}$$

となる。さらにこの式を $N_s dt$ で割ることにより、次式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = r_s x(1-x)(y^2 + y - 1) \quad (4)$$

したがって、 x のダイナミクスについて以下の結論が得られる。

- $y^2 + y - 1 > 0$ ($\frac{-1+\sqrt{5}}{2} < y < 1$) の場合 $\frac{dx}{dt} > 0$
- $y^2 + y - 1 < 0$ ($0 < y < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$) の場合 $\frac{dx}{dt} < 0$

2.2.3 (i) $P_b - P_1 - a > q - P_2$

この場合、 dt の間に戦略を見直す買い手のプレーヤー数は $N_b r_b dt$ である。

はじめに、強気戦略から弱気戦略に流入する人数合計を求める。強気戦略をとる割合 $1-y$ の買い手は、弱気戦略をとる割合 y の買い手のうち強気戦略をとる売り手 (割合は x) との交渉により利得を得た買い手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流入人数の合計は

$$(1-y)N_b r_b dt \cdot xy$$

となる。

次に、弱気戦略から強気戦略に流出する人数合計を求める。弱気戦略をとる割合 y の買い手のうち弱気戦略をとる売り手 (割合は $1-x$) との交渉により利得0であった買い手は、強気戦略をとる割合 $1-y$ の買い手のうち弱気戦略をとる売り手 (割合は $1-x$) との交渉により利

得を得た買い手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流出人数の合計は

$$(1-x)yN_b r_b dt \cdot (1-x)(1-y)$$

となる。

以上より、強気戦略をとる買い手の増加数＝流入数－流出数なので、

$$\begin{aligned} N_s dy &= (1-y)N_b r_b dt \cdot xy - (1-x)yN_b r_b dt \cdot (1-x)(1-y) \\ &= -y(1-y)N_b r_b dt \cdot (x^2 - 3x + 1) \end{aligned}$$

となる。さらにこの式を $N_b dt$ で割ることにより、次式を得る。

$$\frac{dy}{dt} = -r_b y(1-y)(x^2 - 3x + 1) \quad (5)$$

したがって、 y のダイナミクスについて以下の結論が得られる。

- $x^2 - 3x + 1 > 0$ ($0 < x < \frac{3-\sqrt{5}}{2}$) の場合 $\frac{dy}{dt} < 0$
- $x^2 - 3x + 1 < 0$ ($\frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < 1$) の場合 $\frac{dy}{dt} > 0$

2.2.4 (ii) $P_b - P_1 - a < q - P_2$

この場合、 dt の間に戦略を見直す買い手のプレーヤー数は $N_b r_b dt$ である。

はじめに、強気戦略から弱気戦略に流入する人数合計を求める。強気戦略をとる割合 $1-y$ の買い手のうち強気戦略をとる売り手 (割合は x) との交渉により利得 0 であった買い手は、弱気戦略をとる割合 y の買い手のうち強気戦略をとる売り手 (割合は x) との交渉により利得を得た買い手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流入人数の合計は

$$x(1-y)N_b r_b dt \cdot xy$$

となる。

次に、弱気戦略から強気戦略に流出する人数合計を求める。弱気戦略をとる割合 y の買い手は、強気戦略をとる割合 $1-y$ の買い手のうち弱気戦略をとる売り手 (割合は $1-x$) との交渉により利得を得た買い手を参照した場合に戦略を変更するインセンティブをもつ。したがって、流出人数の合計は

$$yN_b r_b dt \cdot (1-x)(1-y)$$

となる。

以上より、強気戦略をとる売り手の増加数＝流入数－流出数なので、

$$\begin{aligned} N_s dy &= x(1-y)N_b r_b dt \cdot xy - yN_b r_b dt \cdot (1-x)(1-y) \\ &= y(1-y)N_b r_b dt \cdot (x^2 + x - 1) \end{aligned}$$

となる。さらにこの式を $N_b dt$ で割ることにより、次式を得る。

$$\frac{dy}{dt} = r_b y(1-y)(x^2 + x - 1) \quad (6)$$

したがって、 y のダイナミクスについて以下の結論が得られる。

- $x^2 + x - 1 > 0$ ($\frac{-1+\sqrt{5}}{2} < x < 1$) の場合 $\frac{dy}{dt} > 0$
- $x^2 + x - 1 < 0$ ($0 < x < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$) の場合 $\frac{dy}{dt} < 0$

2.3 売り手と買い手の協調関係 k の内生性

ここでは、売り手と買い手の協調関係を表す k についてモデル内で決定できるようにするため、Rubinstein(1982)に基づき定式化する。

売り手と買い手の時間選好率(割引率)をそれぞれ $\sigma_s < 1, \sigma_b < 1$ とする。Rubinstein(1982)に基づき、 k が市場におけるプレーヤーの強気弱気を表す変数 x, y の関数とした場合、以下のように表されることとする。

$$k(x, y) = \frac{1 - \sigma_b(y)}{1 - \sigma_b(y)\sigma_s(x)} \quad (7)$$

ここで時間選好率と市場におけるプレーヤーの強気弱気の関係について考える。はじめに、買い手が P_1 を受け入れる場合を考えるのが分かり易いだろう。買い手が売り手との相対取引で弱気な場合である、比較的高い価格 P_1 で購入するという事は、積極的に買い進めようとしている状態であるといえる。その場合主観的利子率は上昇し、その結果時間選好率は下落する。つまり、以下の関係が成立する。

$$\frac{d\sigma_b}{dy} < 0$$

一方売り手が比較的高い価格 P_1 で売却するという事は、平均価格で売却するより多くの現金を取得することにより、当座の資金需要は軽減される。その場合主観的利子率は下落し、その結果時間選好率は上昇する。つまり、以下の関係が成立する。

$$\frac{d\sigma_s}{dx} > 0$$

以上の考察を踏まえ、上式について考えると、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k(x, y)}{\partial x} &> 0 \\ \frac{\partial k(x, y)}{\partial y} &> 0 \end{aligned}$$

もちろん、逆も然りである。

したがって、強気な売り手の割合 x と弱気な買い手の割合 y が上昇することにより、双方の割引率の変化を通じて、両者の協調関係の程度を表す k が上昇することがわかった。

2.4 不動産価格の変化 a の内生性

ここで、閾値である θ_A, θ_B は不動産価格の変化 a によって変化するため、これをモデル内で決定できるようにする。そこで、売買成立のマッチング確率を考慮しつつ、売り手と買い手の市場における協調関係を表す k を用いて、市場全体の平均的な価格 $P(t)$ を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} P(t) &= x(t)y(t)P_1 + (1-x(t))(1-y(t))P_2 + (1-x(t))y(t)q(t) \quad (8) \\ q(t) &= k(x(t), y(t))p_1 + (1-k(x(t), y(t)))P_2 \end{aligned}$$

したがって、市場全体の平均的な不動産価格の変化 a を以下のように書くことができる。

$$a = P(t) - P(0) \quad (9)$$

ここで、 k と x, y の関係から、

$$\frac{\partial q}{\partial x} > 0, \frac{\partial q}{\partial y} > 0 \quad (10)$$

がわかる。さらに、

$$\frac{\partial a}{\partial x} > 0, \frac{\partial a}{\partial y} > 0 \quad (11)$$

となる。

2.5 導出される循環過程

以上のセッティングを用いて、モデル全体の動学を分析をする。

2.2での検討を踏まえて、 I から IV までの4パターン¹の動学を図4(a)から(d)に示す。

ところで、表1に示された a の閾値である、 $P_1 - q - P_2 + P_s$ と $P_b - P_1 - q + P_2$ の大小関係によって、考察外となるパターンがある。

$P_1 - q - P_2 + P_s < P_b - P_1 - q + P_2$ の場合、この式を整理すると $(P_b - P_s) - 2(P_1 - P_2) > 0$ となる。するとパターン II を満たす a は存在しないので、考察すべきダイナミクスは $I - III - IV$ となる。図5でみると、 a が増加するに伴って $I \rightarrow III \rightarrow IV$ へ、反対に a が減少するに伴って $IV \rightarrow III \rightarrow I$ へと鞍点が移動し、左上の経路を往復することになる。

一方、 $P_1 - q - P_2 + P_s > P_b - P_1 - q + P_2$ の場合、この式を整理すると $(P_b - P_s) - 2(P_1 - P_2) < 0$ となる。するとパターン III を満たす a は存在しないので、考察すべきダイナミクスは $I - II - IV$ となる。図5でみると、 a が増加するに伴って $I \rightarrow II \rightarrow IV$ へ、反対に a が減少するに伴って $IV \rightarrow II \rightarrow I$ へと鞍点が移動し、右下の経路を往復することになる。

したがって、 P_b, P_s, P_1, P_2 といった変数が固定されているならば、 x, y の変化に伴った変数 a, q の変化によって、上記のような循環過程が継続するというのがこのモデルから得られる結果である。

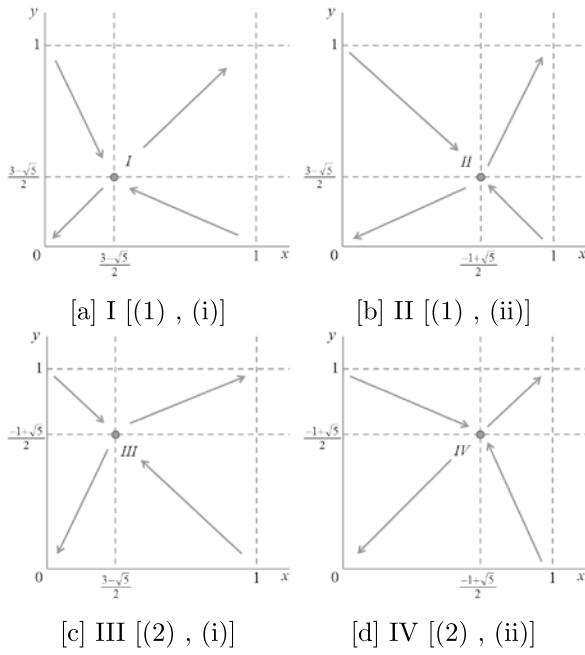


図 4: 4 パターンの位相図

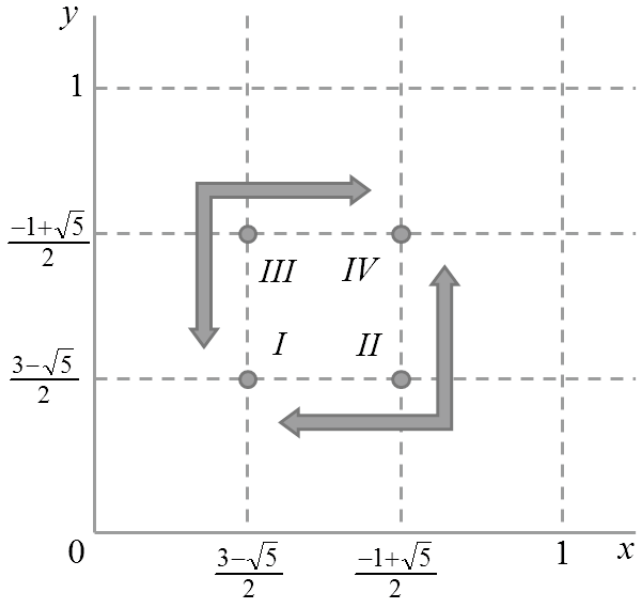


図 5: 鞍点の移動による動学の変化

3 ABMによるシミュレーション

第2節において構築した不動産市場の循環モデルをより視覚的に考察するために、エージェントベースシミュレーション (Agent Based Simulation) を行う⁴。

まず売り手と買い手を400人ずつセットする。すべての売り手のうち x の割合で強気戦略を持つ売り手をランダムに配置する。同様にすべての買い手のうち y の割合で弱気戦略を持つ買い手をランダムに設置する。

すべての売り手は同様の不動産を保有しており、共通の留保価格 (これ未満では取引しない価格) 3000万円を持つ。すべての買い手は同様の不動産を購入希望しており、共通の留保価格 (これを超過すると取引しない価格) 4000万円を持つ。各時点の平均的な市場価格を $p(t)$ とする。また、強気戦略の売り手と弱気戦略の買い手の取引価格及び弱気戦略の売り手と強気戦略の買い手の取引価格は、それぞれ $p_1 = 0.8p_b + 0.2P_s$ 、 $p_1 = 0.2p_b + 0.8P_s$ とする。これは、前節で考察したように、 $(P_b - P_s) - 2(P_1 - P_2) < 0$ となる。したがって、考察すべきダイナミクスは $I - II - IV$ となるため、 x, y の分布は右下にたわんだものとなるはずである。

ゲームが実施されたのち、売り手および買い手の利得が決定する。取引を行った売り手は、同様に取引を行った売り手のうち一人をランダムに選択し、利得を比較する。もし選択された売り手の利得が自分よりも高い場合、相手の戦略を模倣する。買い手に関しても、同様に模倣を行う。それにより x, y を更新計算する。シミュレーションでは、取引を行った売り手と買い手それぞれ50人が戦略の見直しを行えるとした。

次に、(7)により売り手と買い手の協調の程度を表す k が確定する。さらに、(9)において p_t が計算され、(10)により a が確定する。これらの計算結果をもとに、次期の利得行列が設定され、それに基づき上記同様のゲームが繰り返される。

シミュレーションを行う初期条件として、初期の不動産価格 $p_0 = p$ を3500万円としておく。また、 $a = 0, x = 0.5, y = 0.5, k = 0.5$ としておく⁵。

以上によりシミュレーションを行うと、図6のようになった。モデルから読み取れたように、 x, y が $0 < x, y < 1$ の範囲を協調しながら循環していることが分かる (濃い線が x 、薄い線が y)。また、図7をみてわかるように、 x, y がやや右下で推移していることが分かる⁶。この循環を引き起こしているのは a の水準の増加及び減少であり、これに伴い、売り手ないし買い手の一方に利得が集中しもう一方に不公平感が募ることによって、循環が生じているのである。

⁴ 本論文で使用したシミュレーションソフトは、NetLogo 5.2.0である。http://ccl.northwestern.edu/netlogo/download.shtmlにて入手できるフリーソフトウェアである。

⁵ k については、 σ_s, σ_b が x, y の線形関係にあると仮定して、 $k = (1 - (-0.2y + 0.95)) / (1 - (-0.2y + 0.95) * (0.2x + (0.95 - 0.2)))$ とみなした。

⁶ 図7の描画等をはじめとした操作はRのパッケージであるRNetLogoを利用した。

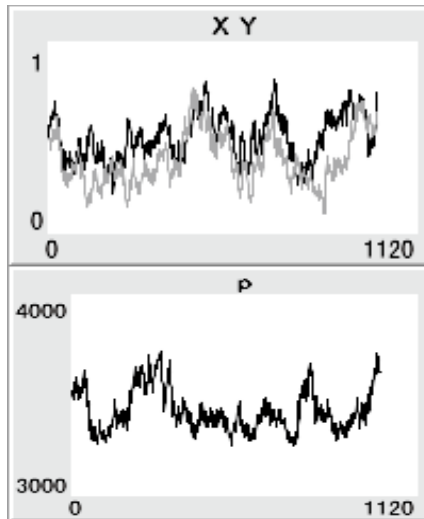


図 6: p および x, y の推移 (初期値 : $x = 0.5, y = 0.5, k = 0.5$)

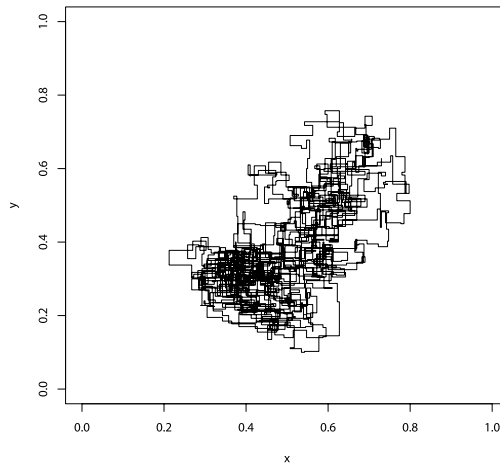


図 7: x, y の散布図 (初期値 : $x = 0.5, y = 0.5, k = 0.5$)

4 まとめ

本論文では、不動産市場における売り手と買い手の協調的取引関係を記述するモデルとして、進化ゲームを応用した。なかでも、模倣ダイナミクスにもとづき、強気な値付戦略と弱気な値付戦略をとる売り手と買い手の割合が推移し、取引価格を内生化することで、売り手と買い手の間の利得に関する不公平感が各主体の取り得る戦略の割合の変化や価格循環を引き起こすメカニズムを明らかにした。さらにこれを視覚的に確認するため、エージェントベースシミュレーションを行った。

本論文では、これまで不動産市場分析で応用例の少ない進化ゲームの応用を行い、模倣ダイナミクスといったより現実に近い設定に基いて、市場参加者の不公平感という感情が各主体の有利不利を決定してゆくという点、またこのような市場の感情が価格の循環を引き起こす原因になっている点を明らかにした。しかし、今回考察した模倣ダイナミクスは模倣する相手をランダムに選択する点において非常に単純化されすぎているかもしれない。現実には、不動産取引のさまざまな情報を考えると、より利得をあげた対象を模倣することがあるかもしれない。また、本論文では売り手と買い手がそれぞれ共通の留保価格をもっているなど、シミュレーションにおいてかなり条件を限定させているなど課題が多い。本論文で提示されたモデルを基本的なセッティングの一部として機能させながら、今後はより現実的なシミュレーションが行えるようにしたい。

参考文献

- [1] Björnerstedt, J. and Weibull, J.(1996), “Nash Equilibrium and evolution by imitation,” In K.Arrow et al.(eds.), *The Rational Foundations of Economic Behavior*. London: MacMillian Press Ltd, pp.155-171.
- [2] Gintis, H(2009), “*Game Theory Evolving*(2nd Edition),” Princeton University Press.
- [3] Quan, D.C. and Quigley, J.M.(1991), “Price Formation and the Appraisal Function in Real Estate Markets,” *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 4, pp.127-146.
- [4] Rubinstein, A.(1982), “Perfect Equilibrium in a Bargaining Model,” *Econometrica*, 50, pp.97-109.
- [5] Rubinstein, A.(1985), “A Bargaining Model with Incomplete Information about Time Preferences,” *Econometrica*, 53, pp.1151-1172.
- [6] Weibull, J.W(1997), “*Evolutionary Game Theory*,” The MIT Press.
- [7] 植杉大 (2016), 「進化ゲームによる不動産市場における循環モデル」, 摂南経済研究, 第6巻, 第1・2号, 摂南大学経済学部.
- [8] 大浦宏邦 (2008), 『社会科学者のための進化ゲーム理論』, 勁草書房.

