経営情報研究
第18巻第2号(2011年2月)，75－91ページ

研究論文

不確実性の下での意思決定と期待効用仮説の一般化*)

杉　本　篤　信

Decision under Uncertainty and the Generalization of Expected Utility Hypothesis

Atsunobu SUGIMOTO

【要　約】不確実性の下での意思決定の標準的な理論である「期待効用仮説」は、多くの有用な経済分析の道具として役割を果たしてきたが、問題点も指摘されている。その一つが「曖昧性」を含んだ不確実性を取り扱うことができないことである。特に最近再評価されているナイト流の「不確実性」を分析できないとされている。その問題点を克服するため、多くの「期待効用仮説」に一般化の試みがされているが、本稿はその一つの試みである。ここでは、ナイト流の「不確実性」を、状態の確率分布に対応する複数の状況が併存し、その状況に主観的確率を割り当てるしかない場合と定義し、「曖昧性」を伴う不確実性と解釈する。確率分布の異なった状況の加法性が否定される場合、それぞれの状況の期待効用をＮM効用関数に類似した関数で変換した値の期待値で、意思決定の基準とすることにより、「曖昧性」を伴う不確実性の下での選好の基準の導出を明らかにする。

キーワード：ナイト流の「不確実性」、曖昧性、期待効用仮説

経営情報研究 第 18 巻第 2 号(2011 年 2 月), 75－91 ページ

はじめに

金融危機が繰り返されるたび、金融機関や投資家などが過度に楽観的であったとか、危険管理が不十分であったとか指摘されることがある。しかし、結果として多額の損失があったとしても、主体の意思決定が合理的でなかったのかどうかを判断するのは難しい。また不確実性の下での意思決定の理論は、確率などが数値化できるものに限定され、数値化できない場合はその範疇に入っていないという指摘もある。このような指摘と合わせて、ナイト流の「不確実性」が再評価されることも多い。

本稿では、不確実性の下での意思決定理論の最も標準的な「期待効用仮説」を検討し、その不十分な点を指摘し、それをどのような修正を施せば、その欠点を克服できるかを考える。その際にナイト流の「不確実性」で確率を数値化できないとしている意味を考え、主観的確率の観点から数値化できる、できないかは質的な差異ではなく、相対的な尤度として捉えることができるという見解を述べることにする。ナイト流の「不確実性」を状態の確率分布に対応する複数の状況が併存し、その状況に主観的確率を割り当てるしかない「曖昧性」と解釈する。複数の状況の加法性が否定されるような場合に、NM 型効用関数に類似した、各状況の期待効用を変換する V 関数を通して、「曖昧性」を伴う不確実性の下での意思決定における実数の選好基準の導出を示す。そして、ナイト流の「不確実性」も本稿での一般化した「期待効用仮説」で考察できることを実例で説明する。

1　不確実性と期待効用仮説

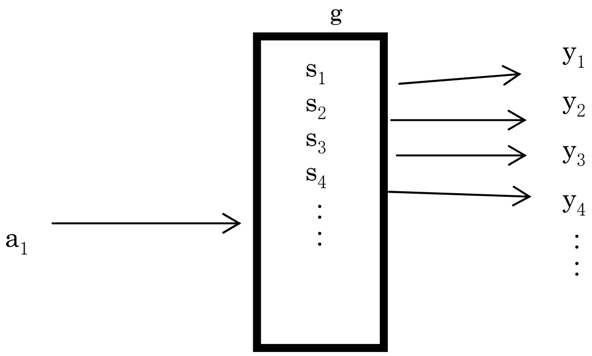
1.1　不確実性とは

不確実性とは、行動と結果が一対一で対応してない状態を意味している。ある行動 a を選択した、たとえばある株を購入した場合、それにより結果、つまりそれによる将来の利得 y は景気や天候など様々な状態 s により、変動する。つまりある株を購入した段階で、いくら利得を得るのかは一意的に決定しないのである（**第 1 図**）。したがって、主体は将来の利得が確定できない段階で、どの株を購入するか、またはしないかを決定しなければならない。このような事例を不確実性の下での意思決定と呼ぶ。

第 1 図を見ればわかるように、ある行動 a_1 を選択しても、主体にとってコントロールできない状態 s によって、結果が変わってしまうことを表している。一般に行動（a）と状態（s）と結果（y）との対応関係を、$y = g(a, s)$ とあらわすことができる。

---

[*] 匿名の査読者による有益なコメントおよび指摘に感謝申し上げる。ただし残されているかもしれない誤りなどは、すべて筆者の責任である。



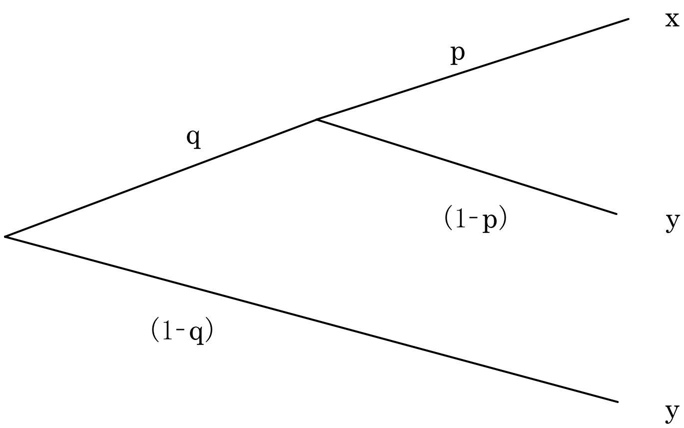
第１図　不確実性の意味

1.2　期待効用仮説

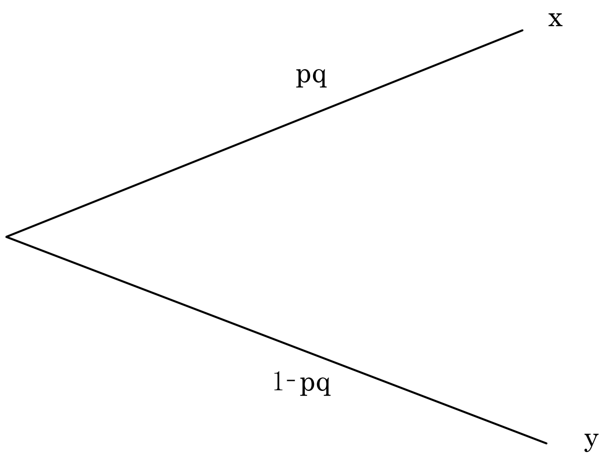
それでは、不確実性のもとでの意思決定をどのように理論的分析できるのであろう。現在、経済学において最も標準的な理論が期待効用仮説である。ある行動の結果に対する効用の期待値を基準にし､それを最大とするような行動を選択するという考え方である｡期待効用仮説は、人間の選好、嗜好に対する公理の下に、構築された理論的体系である。そこで想定される効用関数をこの理論の提唱者であるノイマン=モルゲンシュタインにちなんで、ＮＭ効用関数と呼ぶ。[1)]

それでは、期待効用仮説の概要を述べる。まず前提として、各状態に対して、確率を想定できるとする。つまり主体は、起こりうる状態は既知であり、そのすべてが何％起こるのかを想定していると仮定している。一般的に、状態 s_i が起こる確率は $P_i=P(s_i)$ と表現することができる。次に公理に関して見てみよう。公理は、完全性、推移性、連続性、独立性からなる。それぞれの行動に対応する、それぞれの結果の分布が定義できるもとで、完全性とは、その分布の任意の二つに対して、個人の選好関係は、どちらかをより好むか無差別のどちらからになっているというものである。推移性とは、主体がＡの分布をＢの分布より無差別またはより選好し、Ｂの分布をＣの分布より無差別またはより選好する場合、Ａの分布をＣの分布より無差別またはより選好することになることを指す。連続性とは、上述の選好順序をもつＡ、Ｂ、Ｃがある場合、Ｂの分布と無差別の分布を、Ａ、Ｃの分布の一次結合で作成することができるというものである。独立性とは、Ａ、Ｂの分布の選好関係は、Ａ、Ｂ分布をそれぞれ任意のＤ分布と一次結合してもその選好関係に影響しないというものである。

[1)] この NM 効用関数は、Neumann=Morgenstern, (1953) において、いわゆるゲーム論を展開するための道具として、厳密に定義されている。



(a)複合くじ(2 段階の node)



(b)単独くじ(単独の node)

第２図　複合くじと単独くじへの変換

すべての公理は、期待効用仮説を考えるにおいて検討する必要があるが、本稿では後ほど検討することになる、独立性を特に検討することにする。このことを考えるにおいて複合くじの例を考えるとわかりやすい。たとえば第一段階のくじで、q の確率で第二段階のくじに進み、確率(1−q)で利得 y を獲得する。第二段階のくじにおいて確率 p で利得 x、確率(1−p)で利得 y を獲得する（**第２図**)。

独立性は、このような複合くじと、確率 pq で利得 x、確率(1−pq)で利得 y を獲得するくじとは無差別であるということを意味する。このことは、手順、経路と無関係に最終的な帰結とそれに関する確率分布がすべてである帰結主義を意味している。この公理は合理的な選好を表現しているように思えるが、後述するエルスバーグの逆説においてこのことは批判される。

2　ナイト流の「不確実性」と曖昧性

2.1　「不確実性」と「危険」

広義には、不確実性とは主体の行動の選択が一意的な結果を生みださず、状態によって結果は変化することを指している。さらに重要なことは、すべての起こりうる状態に対して確率分布を付与することができるかどうかである。

Knight(1921)では、広義の不確実は、確率分布として測定可能な場合を「危険（リスク）」、測定不可能な場合を狭義の「不確実性」として分類される。具体的に言えば、「危険」とはありうべき状態について確率を想定して意思決定できる状況、「不確実」とはありうべき状態について確率を想定できないほど混沌した状況というように区別される。

しかしありうべき状態について確率を想定できない「不確実」とはどのようなものだろうか。たとえ客観的な確率を想定しなくとも、主観的な確率を想定して意思決定することは可能である。そもそも客観的な確率（分布）、主観的な確率（分布）とは何で、どのように区分できるのか。起こりうる状態に関する、真の分布が存在するとしても、現実にはそれを認識することは誰にもできない。わかっていることは、大数の法則により、サンプル数を無限大にとれば、客観的な確率（分布）に収束することである。サンプルを無限にとることは現実には無理なことなので、有限なサンプルのもとで確率を予測することしかできないのである。例えばサイコロが厳密に正当なものであれば、すべての目がでる確率はそれぞれ 1/6 になるはずだが、そのようなサイコロであるかどうかは事前には判断はできない。それではもし確率を想定するとすれば、どのようなものであろうか。

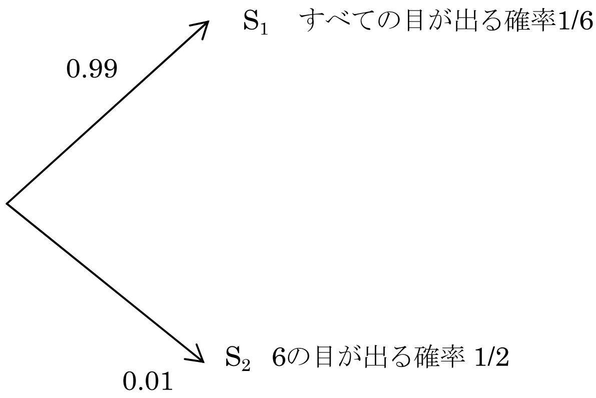
ラプラスが考えた「証拠不十分の原理」は次のようなものである。確率分布に関して全く知識がない場合、ありうべき状態がそれぞれ起こる確率はすべて等しいと見なすべきであろう。すると初めて振るサイコロで事前の知識がない場合、それぞれの目が出る確率は 1/6 と見なすことになる。このように考えることができれば、けっして確率分布を想定できないとは言えない。

また、現実には確率分布に関して全く知識がない状況はないであろう。有限のサンプル、いくらかの過去の経験、その他の情報は、確率分布を想定する知識となっている。反対に考えると、客観的な確率を想定して議論することは現実には無意味で、どんな確率も最終的には主観的な確率に帰着させるべきであることになる。いくらサンプルをもとに統計学的手法で確率分布を推計しても、サンプルが有限である限り、それはその個人にとって独自のサンプルであることになる。したがって手続き自体は客観的であっても、主観的な確率しかないことになる。この考えは、Savage(1954)によって精緻化された考えである。彼は、事前に部分的知識を持つ場合は、各状態が起きる確率（主観的確率）を導き出すことを示している [2)]。この考えにした

[2)] Gilboa= Schmeidler (2001)は、確率を状態に割り当てないで、過去の経験からどのような意思決定がなされるかの分析をしている。

がえば、「危険」と「不確実性」との区別は意味を持たないことになる。[3] しかし、主観的確率を割り当てても、「曖昧性」が伴う場合は期待効用仮説では説明できない可能性がある。この場合については後述する。

また事前の主観的確率は、事後的な追加的情報によって、改定されることになる。ただし、情報が有限であれば、その確率はやはり主観的なものになる。次に、例を挙げ主観的確率の持つ意味を考える。



第３図　サイコロと直感的確率

（例１）サイコロの各目の出る確率は、前述のように全く情報のない場合は「証拠不十分の原理」により 1/6 になる。しかしある主体は過去の経験より、サイコロに仕掛けがあり 6 の目が出る確率は 1/2 となっている可能性もあると信じているとしよう（**第３図**）。

ここでは、第 3 図のように二つ状況（S_1、S_2）がある。ここでの「状況」という用語は、確率分布が異なる場合を指すことにする。この意味は、2.2 においてさらに詳しく述べる。S_1 は正当なサイコロの状況、S_2 は 6 の目が出る確率が 1/2 のサイコロである状況で、その主観的確率はそれぞれ 0.99、0.01 であるとする。この場合 6 の目が出る確率は $1/6\times0.99+1/2\times0.01$ の式で算出され、0.17 となり、全く事前の情報がない場合の $1/6\cong0.167$ と大差はない。しかし、実際サイコロを振ったら 5 回連続で 6 の目が出た情報（m）により主観的確率はどう変化するのだろうか。もし事前に S_2 である確率がゼロであるときは、ただ単に偶然 6 の目が連続して出たと考えるが、上の例のように S_2 である確率が正である場合は、ベイジアンの法則により S_1、S_2 の確率を改訂する。$P(\cdot)$でカッコ内が起こる事前確率を表し、$P(S|m)$は m が生じたという条件付きの S が起こる確率を表す。すると $P(S_1)=0.99$、$P(S_2)=0.01$ と表すことがで

[3] この考えは、酒井（1982）丸山・成生（1997）においても踏襲されている。しかし、酒井（2010）第 5 章では、酒井（1982）においては「リスクと不確実性の分離が不十分にしか行っていなかった」ことを恥ずかしい気分になる、と述べている。

きる。ベイジアンの法則より、$P(S_1|m)=P(S_1,m)/P(m)$と導出できる。$P(S_1,m)$は、S_1とmが同時に生じる確率を表している。右辺の分母は $P(m)=0.99\times(1/6)^5+0.01\times(1/2)^5$となり、約0.0001468である。右辺の分子は $P(S_1,m)=P(S_1)\times P(m|S_1)=0.99\times(1/6)^5$より、$P(S_1|m)$は約0.8671662となり、6の目が出る確率は$P(S_1|m)\times1/6+P(S_2|m)\times1/2$となり、約0.21に改訂される。この5回連続6の目が出るという経験は、主体独自のサンプルであればその主体の主観的確率であると解釈できる。

2.2　エルスバーグの逆説

エルスバーグはEllsberg(1961)において、期待効用仮説では説明できない経験的事実を例示した。以下では、このことを検討して、期待効用仮説をどのように再解釈できるかを考える。

エルスバーグの提示した逆説のもっとも単純な例は次のようになる。二つの箱A_1、A_2があって、A_1は黒い玉と白い玉が同数入っている。A_2は白い玉と黒い玉の入っている比率が分からないとする。この箱から白い玉を引き当てれば、当たりで賞金がもらえるとしたとき、このゲームの参加者はどちらの箱から球を引くことを選ぶのかという問題である。期待効用仮説では、この二つの箱のどちらを選択するのかは無差別になるはずだが、現実には多くの人がA_1を選択する。このことは期待効用仮説の説明力を疑問視させる要因となる。

それでは期待効用仮説はどのようにして二つの箱A_1、A_2が無差別であることにしているのかを少し詳細に考えてみる。ここでは問題を単純化するため、それぞれの箱には合計二つの玉が入っているとする。すると箱A_1には、白い玉、黒い玉がそれぞれ一個ずつ入っていることになる。当たりの場合は、つまり白い玉を引いた場合の賞金が100円、はずれの場合、つまり黒い玉を引いた場合はゼロ円となるとしよう。するとA_1の箱からの期待利得は、$1/2\times100+1/2\times0=50$円となる。

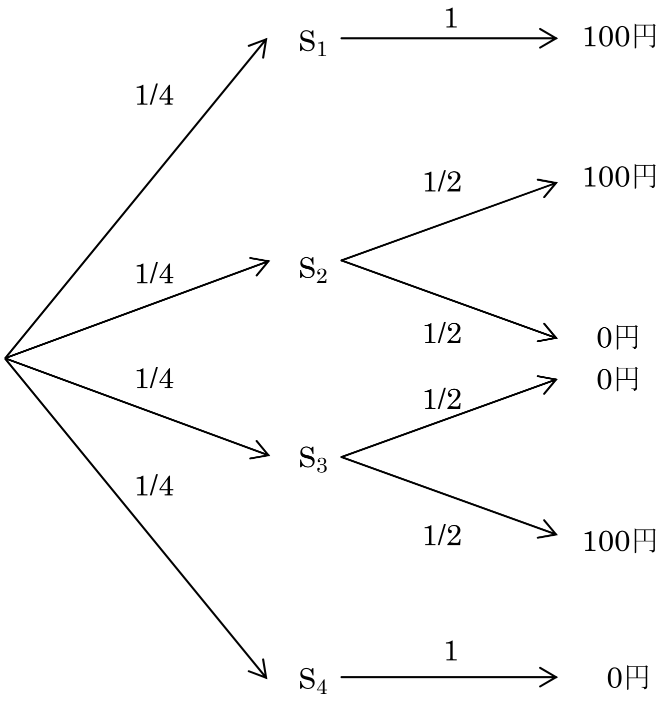
A_2は場合は、白い玉と黒い玉の入っているパターンは次のように4つになることが分かる。それらは、{白玉、白玉}、{白玉、黒玉}、{黒玉、白玉}、{黒玉、黒玉}のように表せる。それぞれのパターンにおける、利得（この場合は賞金の有無）の確率分布を「状況」と呼ぶことにする。

この文脈における「状況」を厳密に定義しよう。状態は、前述したようにある行動を選択した時に主体が操作できない結果を生起するものと考えられる。それに対して、状況は、結果（通常は利得）とそれが生じる確率の分布を指すのである。期待効用仮説における不確実性は、特定の状況に対応することになる。また複合くじは、複数の状況のコンビネーションとしてとらえることができる（図2参照）。この複合くじを展開型で表わすと、選択機会（node）が複数段階になることになる。独立性公理が成立すると、この複数回のnodeをそれと無差別の単一のnodeのくじ(図2 (b))に変換できることになるが、このことが後ほど述べるように重要な論点になる。

ここでのA_2の箱の例で、上述の4つのパターンにおける状況をそれぞれS_1、S_2、S_3、S_4と称することにする。S_1の場合は、当たる確率は100%なので、期待利得は当然100円となる。S_2、S_3の場合は、上述のA_1の箱と同様に期待利得は、50円となる。S_4の場合は、当たりの確率は0%なので、期待利得は0円となる。それは以下の表のようにまとめることができる。

第 1 表　状態と期待利得

状況	当たる確率	期待利得
S_1	1	1×100＋0×0=100 円
S_2	1/2	1/2×100＋1/2×0=50円
S_3	1/2	1/2×100＋1/2×0=50円
S_4	0	0×100＋1×0=0円

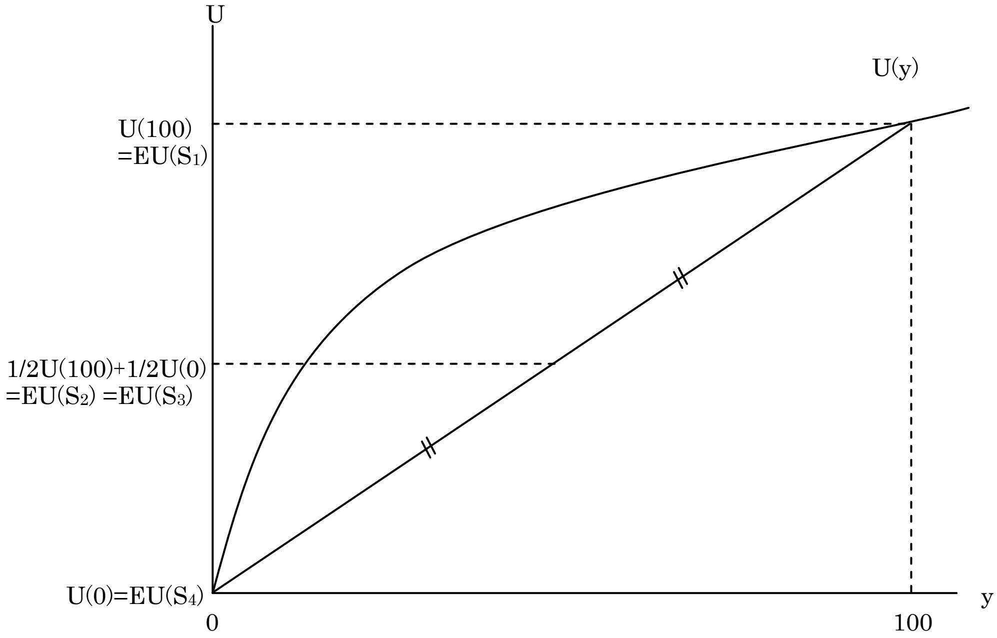


第 4 図　箱 A_2 の構造

ここでは、4 つの状況のどれが起こっているのか全く情報がないので、前述のラプラスの「証拠不十分の原理」を使って、それぞれの主観的確率を割り与えるとしよう。つまりこの 4 つの状況の起こる確率は均等に 1/4 ずつになっていると考える。するとそれは**第 4 図**のような複合くじになっていると解釈できる。

したがって、100 円の当たる確率は、1/4×1＋1/4×1/2＋1/4×1/2＋1/4×0=1/2 となり、0 円となる確率も 1/2 となる。このことにより、期待効用仮説においては、箱A_2は A_1 の箱と無差別になる。期待効用関数を U(y)（y は利得を表す）とした場合、両方の箱とも期待効用は 1/2×U(100)＋1/2×U(0)となるのである（**第 5 図**）。しかし、エルスバーグの指摘のように

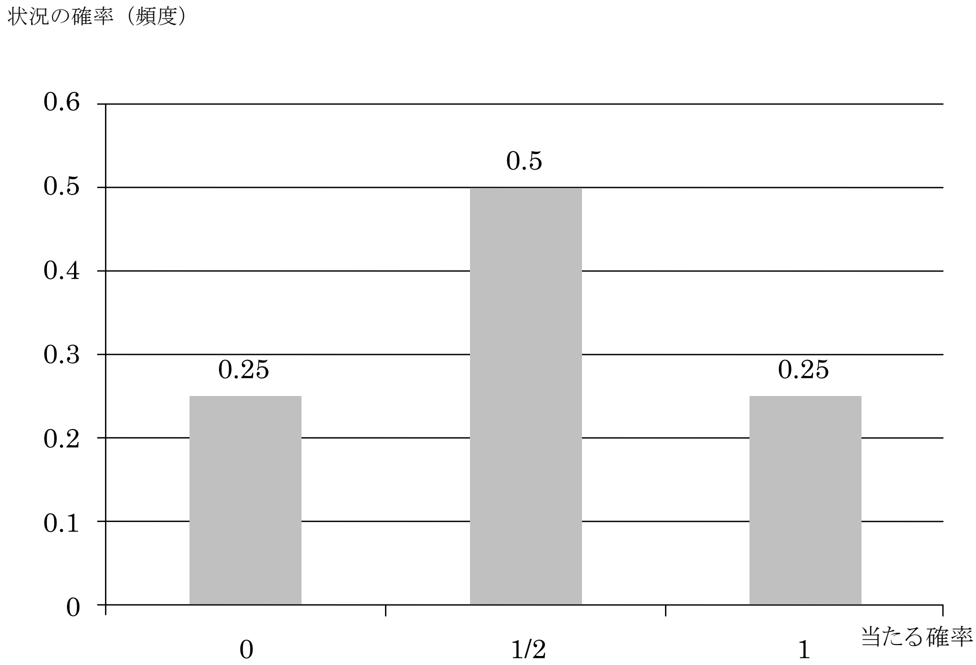
多くの人々は、箱 A_2 より箱 A_1 を好む。したがって、この二つ箱のゲームは、一般的には無差別なくじとは捉えられないことになる。



第５図　期待効用

直感的には、A_1 の箱の場合の当たる確率 1/2 は確実であるが、A_2 の箱の場合の当たる確率は 1/2 はかなり曖昧なものである。人々はこの曖昧性を一般的には選好しないことは容易に想像できる。それではこの「曖昧性」とは一体何であろう。A_2の箱の場合の当たる確率自体は一意的に決まっているとは言えないことを意味している。先ほども述べたように S_1、S_2、S_3、S_4 の状況の確率（状況の頻度）は、1、1/2、1/2、0 に分布していることになる。すると当たる確率の分布は**第６図**のように表される。この確率分布の分布が異なっても、独立性の公理が成立するのなら、重要なのは当たる確率の期待値のみである。

このことを先ほど述べた、（例１）と関連付けて考えてみよう。（例１）は、サイコロが正当なものかイカサマのものか判別できないで、6 の目が出る確率を約 0.17 と予測している場合を取り上げた。別に、事前にサイコロを厳密に調べ、いくらか歪があることが明らかになり、6 の目が出る目が 1/6=0.167 より乖離して、0.17 している場合を考えよう。独立性の公理が成立しているのであれば、この二つの場合は、全く同じゲームをしていることになる。しかし、個人がこのゲームに異なった対応することは、直感的には異常なものと感じられない。



第 6 図　当たる確率の分布

曖昧性について、天気予報を例にあげて考えてみよう。ある日の天気予報で気象予報士が「今日の大阪府の降水確率は 20%です。昨日の予報も降水確率は同じ 20%でしたが、今日の予報は気圧配置が読み難いので、自信度は低いです。昨日の 20%は間違いなく 20%ですが、今日の 20%は雨が降るのか、晴れるのかよくわからない自信度が低い 20%です」と言っていたことがあった。つまり今日の予報は同じ降水確率は 20%でも、不安定な気圧配置のため、かなりの確率で雨が降る状況と、まず降らない状況が混在している曖昧性があると解釈できる。つまり確率の期待値は同じでも、その分布の広がり（たとえば分散）が違えば、その天気予報の内容は同じものと人々は感じないであろう。つまり重要なのは、確率の期待値だけではなく、その分布も人々の選好に影響を与えると考えられる。

もう少しくわしく言うと、次のようになる。近畿地方全体で天候が安定していて、雨が降る確率は 20%だとする場合がある。一方天候が不安定で、局地的であるが雨が降る確率はそれなりあるが、その地域はかなり限定されていて、その地域はどこか予測しにくいので、例えば大阪府に限定した場合の降水確率は 20%である場合もある。前者は近畿地方どの地域をとっても降水確率 20%である。後者は大気の状態が不安定になる地域では降水確率は 80%、それ以外のところでは降水確率は 0%だが、その不安定な地域が近畿地方の中で大阪府になる確率は 25%となるので、降水確率が 20%となっていると考える。同じ降水確率 20%でも、その 20%の意味が違うことは、人々の意思決定に影響を与えないであろうか。期待効用仮説は、公理 4

の成立を前提にしているので、この違いは個人の意思決定に影響を与えることは説明できないことになるが、実際には人々の意思決定に影響を及ぼす場合があることは否定できない。たとえば、前者の予報であれば傘を持たずに外出する人も、後者の予報であれば傘を持って外出することを選択するかもしれない。期待効用仮説においては、このような意思決定に差が出ることを説明できないので、この問題を解決する方法を考察することは重要である。

3　期待効用仮説の一般化

3.1　非加法的期待効用

このことを理論的にどのように解釈すればよいであろうか。期待効用仮説の公理を緩和して、この現象を説明しようとする試みを「期待効用仮説の一般化」と呼ぶ [4)]。その試みは、Kahneman=Tversky(1972)によるプロスペクト理論などを含めて多様に渡るが、ここでは特に曖昧性との関連で、Schmeidler(1989)に代表される「非加法的期待効用」と Gilboa= Schmeidler (1989)の「マルチプル・プライヤー」を取り上げてみる [5)]。

Schmeidler(1989)では、エルスバーグの逆説のような場合を期待効用仮説で説明できない理由を、主観的確率の加法性が破綻している点にあると考える。確率の加法性とは、A、B という独立の事象があった場合、P(A)＋P(B)＝P(A∪B)が成立することである。(A∪B)は、A または B が起こることを意味している。また、独立の事象である意味は、A と B は同時に起こらないことである。先ほどの例では、P(黒玉)＋P(白玉)＝P(黒玉∪白玉)となる。ここでは、黒玉と白玉の二種類しかないので、この式の値は 1 に等しくなる。

Schmeidler などは、非加法的確率測度という概念を考え、確率の加法性を否定する。非加法的確率測度 θ は、以下のような不当式を満たすとき凸性、または劣化法性をもつと呼ぶ。

$$\theta(A)+\theta(B) \leq \theta(A \cup B)$$

非加法的確率測度において、すべての事象の和集合が起こる確率を 1 としているので、上式は θ(黒玉)＋θ(白玉) ≤ 1 となることを意味している。ここでは、箱の中身が分からない A_2、曖昧性を選好しないことを説明するために、非加法確率測度が凸であることを前提にする。

たとえば箱の中身が分からない A_2、曖昧性がある場合、θ(黒玉)＋θ(白玉)＝0.8 となるとしよう。ここでは Laplace が考えた「証拠不十分の原理」が適用されるとすると、θ(黒玉)＝θ(白玉)＝0.4 が成立する。一方、曖昧性がない A_1 の箱においては、加法性が成立すると、θ(黒玉)＋θ(白玉)＝0.5(1/2)となる。つまり、箱 A_2 においては賞金が当たる（白玉の）主観的確率は 0.4 で、箱 A_1 の場合の 0.5 より小さくなる。

この場合の意思決定の基準である非加法的期待効用は、ショケ（Choquet）積分を用いて、

4) 「期待効用仮説の一般化」は、依田（1997）（2010）において、要領よく整理され、解説されている。
5) 以下の説明は、福田（2001）、依田（1997）（2010）、小島（2004）などを参考にしている。

定義される。非常に単純化していうと、非加法的期待効用は高い効用をもたらす状態を上述のように低い確率(非加法的確率が凸性である場合)を割り当て、低い効用をもたらす状態その分の確率を高く割り当てることとなる。この場合、箱 A_2 から得られる非加法的期待効用 $E_QU(A_2)$ は、次のようになる。

$$E_QU(A_2) = 0.4 \times U(100) + (1-0.4) \times U(0)$$

箱 A_1 から得られる期待効用は、$1/2 \times U(100) + 1/2 \times U(0)$ となるので、期待効用が箱 A_1 を選択した場合の方が多くなり、人々が箱 A_1 を選好することを説明できる。しかし、もっとも低い効用をもたらす状態を過大評価することより、中位の効用をもたらす状態に関しては、意思決定に影響を及ばさない。また加法性が満たされないので、確率測度として扱うことの取扱いの困難性も残るなどの問題もある。

3.2　マルチプル・プライヤー

エルスバーグの逆説を説明するもう一つの方法を検討してみる。Gilboa= Schmeidler (1989)による「マルチプル・プライヤー」の考え方である。

「マルチプル・プライヤー」とは、事前に箱の中身の情報がない場合、その起こる確率の可能性は多数あり、その可能性をすべて想定せざるをえず、心の中にある複数の信念のことを指す。例えば、先ほどの箱 A_2 の場合であれば、4つの状況それぞれに賞金が当たる確率が複数想定していることの重要性は、前に述べた。ここでは、当たる確率1、1/2、0複数想定していることになる。2.2 で議論したようにこのことは、表1で表わされている。ただしそこにおいては、そこに割り当てる確率は、図6のように 0.25、0.5、0.25 として議論したが、Gilboa= Schmeidler (1989)はそのような確率を割り当てることを考えない。

それでは、この複数ある賞金の当たる確率をどう処理するのかと言えば、Maxmin 原理により処理するのである。つまり最低値を判断の指標とするのである。箱 A_2 の場合であれば、当たる確率0がそれに当たる。この確率を「マルチプル期待値」と呼ぶ。箱 A_1 は、事前に黒玉、白玉が同数入っているという情報が事前にある。したがって、賞金が当たる確率は、1/2 だけの一つである。したがって、この場合のマルチプル期待値は 1/2 になる。

ここではマルチプル期待値の大きい方を選択することを仮定する。すると、この場合は箱の中身がはっきりしている A_1 を選択し、曖昧性を避けることとなる。この考えは、2.2 での複数の状況が混在していることで曖昧性を説明したことと類似しているかもしれない。

さらに Gilboa= Schmeidler (1989)は、曖昧性への回避に対する「非加法的期待効用」の説明と、「マルチプル・プライヤー」の説明が同一のものであり、同じことを二つの立場から説明しているにすぎないことを証明した。前にも述べたように「非加法的期待効用」の説明において、最悪の状況に大きな確率を与えているのだが、同様に、「マルチプル・プライヤー」の説明においては最悪の状況における確率で判断するとして、最悪の状況の存在を想定することが曖昧性を避ける主要因としている。したがって、両アプローチでは、最悪ではない中位の状況の

存在が選好に及ぼす影響は明示的には示されない。これらの説明は、曖昧性への回避を明確に説明しているが、まだ問題が多いようにも感じられる。

3.3　曖昧性と V 変換アプローチ

以下では、曖昧性への選好または回避を説明する期待効用仮説の一般化の方法として、別のアプローチを提示することにする。

効用関数は、独立性の公理は同じ分布（状況）においてのみ成立し、異なる状況の分布においては必ずしも成立しないと考える。NM 型効用関数では、独立性の公理を仮定しているので、複数段階の node からなる結果(通常は利得)の分布は、確率の一次変換の手順を経て、元の分布と無差別の一つの node からなる利得の確率分布を作り出せることができる。しかし、前述したように複数の状況に主観的確率を割り当てているような場合は、必ずしも独立性の公理が成立しないことが明らかになっている。そこで、個人が複数段階の node で表わされる複数の状況から成り立っているが、確率の一次変換により無差別な利得の分布を作り出せない場合、これらの状況が「独立」であると名づけることにする。そして、今まで「曖昧性」と言っていた用語は、複数の状況に割り当てられた主観的な確率の下で、状況が独立な場合と正確に定義できる。したがって、ナイト流の「不確実性」の定義とは明らかに相違するが、想定している環境は同様のものと考えられる。

ただし、個別の状況においては、つまり単独の node で表わされる利得の分布においては、独立性の公理はもちろんのこと、完全性、推移性、連続性は成立していることとし、そこにおいては NM 型効用関数で期待効用が定義できることとする。もし状況が独立である場合は、この不確実な環境を各状況の期待効用の分布として表現することにする。この各状況の期待効用の分布において、完全性、推移性、連続性、独立性の公理が成立すると仮定する。

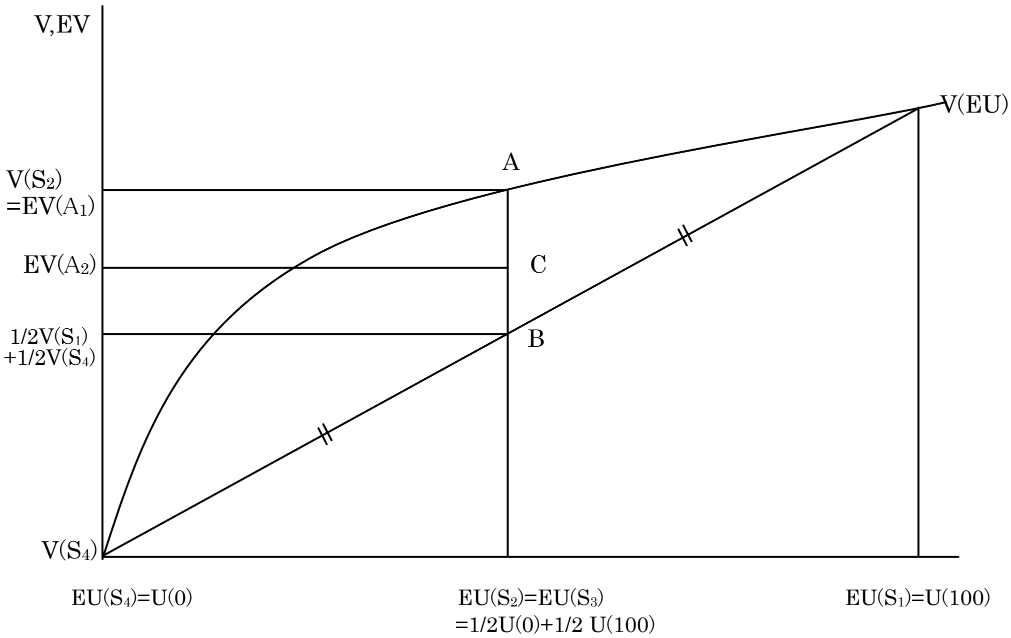
たとえば、期待効用とそれに対応する確率が割り当てられる分布を、状況 S と表す。完全性とは、その分布の任意の二つに対して、個人の選好関係は、どちらかをより好むか無差別のどちらからになっているというものである。推移性とは、主体が S_A を S_B より無差別またはより選好し、S_B を S_C より無差別またはより選好する場合、S_A を S_C より無差別またはより選好することになることを指す。連続性とは、上述の選好順序をもつ S_A、S_B、S_C がある場合、S_B と無差別の分布を、S_A、S_C の一次結合で作成することができるというものである。独立性とは、S_A、S_B の分布の選好関係は、S_A、S_B 分布をそれぞれ任意の S_D と一次結合してもその選好関係に影響しないというものである。

期待効用仮説では、公理体系のもとで、利得の分布の選好順序を決定することのできる、実数で表わされる利得の分布を実数で表わされる期待効用に変換する、いわゆる NM 型効用関数が定義できることが証明されている。同様に、独立の状況の併存に対応した期待効用の分布の選好順序を決定することのできる、関数が定義できることは、同様な公理体系のもとで成立することになる。

ここでは、主体の選好の基準は、実数値で表わされる期待効用(EU)を V(EU)という関数で変換した実数値（V 値）で表せると仮定する。状況の選考の基準は、先ほど述べた状況におけ

る公理体系において、このような関数の存在は証明可能である。これは、NM型効用関数に関する証明と同一のものである。もちろん、V値が大きいことは、個人がより選好することを表すようなV関数を想定する。

この複数の状況に対応するV値の期待値EVは、複数の状況が混在した不確実の下での選考の基準となり、NM効用関数から得られる期待効用に類似した値と解釈できる。このV関数が凹関数である場合を考えよう。すると先ほどの二つの箱から得られるV値を通してその選好における差を見てみよう。箱A_1から得られる期待効用は$1/2 \times U(100)+1/2 \times U(0)$となり、これを$EU(A_1)$と表す。これをV関数で変換したものが$V(A_1)$,$EV(A_1)$となり、(**第7図**)の点Aに対応している。



第7図　曖昧さとV変換

一方、箱A_2から得られる期待効用は、1/4の確率でU(100)、1/2の確率で$1/2 \times U(100)+1/2 \times U(0)$、1/4の確率でU(0)となる。これらの期待効用は、それぞれの状況に対応していることより、$EU(S_1)$、$EU(S_2)=EU(S_3)$、$EU(S_4)$と表すことにする。もしこれらの状況が独立でない場合､これを単純に確率でウエイト付け足し合わせて､期待効用が定義できるので､それは$1/2 \times U(100)+1/2 \times U(0)$となり、$EU(A_1)$と同じ値になる。しかし、前述のように状況が独立の場合、期待効用を単純に確率でウエイト付けして足し合わせる妥当性は認められない。そして、この違った状況での期待効用をV関数で変換したV値の期待値をとったものを意思決定の判断基準となる。箱A_2のV値の期待値を$EV(A_2)$と表す。また、$EU(S_1)$、$EU(S_2)$、

$EU(S_4)$を V 関数で変換した V 値をそれぞれ $V(S_1)$、$V(S_2)$、$V(S_4)$と表すことにする。すると $EV(A_2)$は以下のように表すことができる。

$$EV(A_2)=\frac{1}{4}V(S_1)+\frac{1}{2}V(S_2)+\frac{1}{4}V(S_4)$$

$$=\frac{1}{2}V(S_2)+\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}V(S_1)+\frac{1}{2}V(S_4)\right\}$$

上の 2 行目の式の右辺第 1 項が第 7 図の点 A に、第 2 項の｛　｝内の項が点 B に対応している。点 A も点 B も、$EU(S_1)$と $EU(S_4)$の中点に対応しているので、垂直線上に並んでいる。この 2 行目の式からわかるように、$EV(A_2)$は点 A と点 B の中点に対応している。これが第 7 図の点 C となる。

するとこの場合、$EV(A_1)>EV(A_2)$により、箱の中の玉の内容が明らかな A_1 の箱の方を選好することがわかる。その要因は、V 関数が凹関数であることになる。V 関数が凹関数であることは、

$$\alpha V(x_1)+(1-\alpha)V(x_2)<V\{\alpha x_1+(1-\alpha)x_2\}$$

（x_1、x_2 は実数値で表わされる任意の期待効用）

を意味するので、主体は期待効用の期待値が同一であれば、複数の状況が混在している曖昧性を嫌うことを意味することになる。このことは、期待効用仮説における危険回避と類似した概念となる。逆に V 関数が凸関数であれば、上と逆に $EV(A_1)<EV(A_2)$が成立することになり、主体は状況が独立である曖昧性を選好することになる。このことは、期待効用仮説における危険愛好と類似している。また、V 関数が線形である場合は、$EV(A_1)=EV(A_2)$となり確率分布が確定しない曖昧性は主体の選好に影響を与えないことになる。このことは期待効用仮説の危険中立と類似している。そしてこのことは、NM 型効用関数はアフィン変換が可能である性質と対応している。つまり、アフィン変換しても選好に関する情報には全く影響しないのである。

この V 関数が凹関数であることと曖昧性を回避することは、期待効用関数の次元での危険に対する態度の違いには影響を受けない。つまり、危険に対する態度と曖昧性に対する態度は、厳密に区別できることがわかる。たとえば、各状況において定義される NM 型効用関数が凸関数、つまり危険愛好的であっても、V 関数が凹関数であれば、状況が単独であるA_1 の箱を選択し、曖昧な A_2 の箱は選択されない。逆に各状況において定義される NM 型効用関数が凹関数、つまり危険回避的であっても、V 関数が凸関数であれば、曖昧な A_2 の箱が選択され、A_1 の箱は選択されない。つまり、期待効用において定義できる危険と曖昧性は区別できることにな

る [6]。

このことは、次のように解釈できるかもしれない。状況が単独からなるような単純な構造のくじにおいては、不確実性を避ける主体でも、状況が混在するような複雑な構造のくじにおいてはむしろその曖昧性を求めることがあっても矛盾しないことになる [7]。たとえば、事故などの不確実性の場合は、状況の違いより帰結(事故の発生の有無や重大度) にのみを興味を満つことになるので、独立性の公理が成立しているかもしれない。すると事故に関する不確実性に対する態度は、NM 型効用関数で考慮できることになる。その場合、事故はいわゆる危険の問題となり、危険回避的な個人は損害保険に加入するなどの対策をとるかもしれない。しかし、状況の混在にするような複雑なギャンブル(例えば競馬)においては、その曖昧性を選好し、期待値において損失はあっても、ギャンブルに参加するかもしれない。もしギャンブルに関する不確実性を危険のみに還元するのなら、このような行動は合理的な行動とは言えない。しかし、この曖昧性への選好を区別することにより、このような個人の行動も決して不合理なものではなく、理論的に説明できるものである。

まとめ

本稿では、期待効用仮説の問題点を通して、ナイト流の「不確実性」をどう取り扱うのかを検討した。特に状態の確率分布が複数存在して、自分がどの分布（状況）の下にいるかがわからない曖昧性のある場合として「不確実性」を解釈し、その下での意思決定を考察した。言うまでもなく、本稿でのアプローチは期待効用仮説によるところが大きい。したがって、このアプローチの問題点は、期待効用仮説に関する問題点は、共通していると考えられる。このことは、その問題点を克服するため、その精緻化が必要となる。

何れにしろ、この分野には様々な議論がされているが、まだ決定的な理論は登場していない。人間が不確実性の下でどのような意思決定するのかは、行動経済学、実験経済学を通して、実証的な蓄積がなされているが、これらのことをどのような理論的モデルで分析すればよいのかは、これからの課題であろう [8]。最近大きな影響力を持つプロスペクト理論においても、ある特定の事例に関しての説明力はあるが、仮定がいくらかアドホックになりがちである。本稿で述べたアプローチは、仮定のアドホックの度合いを少しでも弱めることになると考えている。

---

[6] Schmeidler(1989)、Gilboa,= Schmeidler (1989)の分析方法においても、危険と曖昧性は分離されることとなる。

[7] 酒井（1982）において、このことを賭けをすることのスリル感などに関連させ、効用関数のシフトするモデルを提示している。しかしそこでは、危険と曖昧性の区別はされていない。

[8] この点については、依田(2010)、友野(2006)が参考になる。

【参考文献】

Ellsberg,D.,(1961)“Risk,Ambiguty and the Savage Axioms,” *Quarterly Journal of Economics*, Vol.75, pp.643-669.

Gilboa, I., and D. Schmeidler, (1989)“Maximin Expected Utility with a Non-unique Prior,” *Journal of Mathematical Economics*, Vol.18, pp.141-158.

Gilboa, I., and D. Schmeidler, (2001) *A Theory of Case-Based Decisions*, Cambridge University Press, (浅野貴央他訳『決め方の科学―事例ベース意思決定理論―』勁草書房、2005.)

Kahneman, D., and A. Tversky, (1972)“Prospect Theory : An Analysis of Decision under Risk,” *Econometrica*, Vol.47, pp.263-291.

Knight, F.H., (1921) *Risk, Uncertainty, and Profit*, Houghton Mufflin & Co., (奥隅栄喜訳『危険、不確実性及び利潤』文雅堂銀行研究社、1953.)

Neumann J.von,and O.Morgenstern, (1953) *Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton University Press (銀林浩他監訳、阿部修一他訳『ゲームの理論と経済行動Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ』ちくま学芸文庫、2009.)

Savage. L. J., (1954) *The Foundations of Statics*, John Wiley.

Schmeidler, D.,(1989)“Subjective Probability and Expected Utility without Additivity,” *Econometrica*, Vol.57, No.3, May, pp.571-587.

福田慎一, (2001)「マクロ経済動学における期待の役割」『ファイナンシャル・レビュー』(財務省財務総合政策研究所) September-2001, pp.4-27.

依田高典, (1997)『不確実性と意思決定の経済学』日本評論社.

依田高典, (2010)『行動経済学』中公新書.

小島寛之, (2004)『確率的発想法』日本放送出版協会.

丸山雅詳・成生達彦, (1997)『現代のミクロ経済学―情報と応用ミクロ―』創文社.

酒井泰弘, (1982)『不確実性の経済学』有斐閣.

酒井泰弘, (2010)『リスクの経済思想』ミネルヴァ書房.

友野典男, (2006)『行動経済学』光文社新書.