

進化ゲームによる不動産市場における循環
モデル

植 杉 大

Circulation Model of the Property Market applied Evolutionary Game Theory

Dai Uesugi

2016.3

『摂南経済研究』第6巻 第1・2号 別刷
摂南大学経済学部

論文

進化ゲームによる不動産市場における循環
モデル

植杉 大*

Circulation Model of the Property Market applied Evolutionary Game Theory

Dai Uesugi

【要 旨】

本論文は不動産市場における売り手と買い手の協調的取引関係を記述するモデルとして、進化ゲームを応用することを提案する。強気な値付戦略と弱気な値付戦略をとる売り手と買い手の割合が推移し、平均的な取引価格の上昇や下落をモデルに含めることによって、売り手と買い手の間の利得に関する不公平感が各主体の戦略の変化や価格循環を引き起こすメカニズムを明らかにした。さらにこれを視覚的に確認するため、エージェントベースシミュレーションを行い、初期条件によらない売り手と買い手の頑強な協調的取引関係を示した。

* 摂南大学経済学部

1. はじめに

不動産市場においてしばしば用いられる表現として、「売り手市場」「買い手市場」という言葉がある。不動産市場は売り手と買い手の合意による相対取引によって価格が成立するため、必ずしも売買金額はその不動産の価値を公正に反映した価格で取引されるわけではない。そのため、売り手や買い手の事情や感情、交渉力が不動産価格に反映され、その強弱により「売り手市場」「買い手市場」という状態が発生するものと考えられる。「売り手市場」とは、売り手の保有不動産に対して稀少性がある、保有不動産の品質等に関する情報の非対称性の存在により売り手が価格コントロールにおいて優位性を持つなど、売り手が価格交渉を強気に行える状態と考えられる。逆に買い手は、不動産の稀少性のため、売り手の提示した募集価格に応じざるを得ず、買い進みを起こしている状態と考えられる。一方「買い手市場」とは、市場に供給される不動産に相対的に稀少性が減少しており、不動産の品質等に関する情報の非対称性の軽減により買い手が買い控えや十分に時間をかけ不動産を吟味できるなど、買い手が価格交渉を強気に行える状態と考えられる。逆に売り手は、売却が進まず、買い手の提示するであろう低い価格を想定して募集価格を提示せざるを得ない状況と考えられる。これらの状況を鑑みると、売り手と買い手がそれぞれ「強気」「弱気」に価格提示を行うという戦略をもち、その戦略の組に応じて双方の利得が決定されるという 2×2 の非協力ゲームの構造を持っていることが分かる。戦略の組み合わせとそれぞれの状況は、

1. 売り手が「強気」、買い手が「弱気」の場合が、いわゆる「売り手市場」
2. 売り手が「弱気」、買い手が「強気」の場合が、いわゆる「買い手市場」
3. 売り手が「強気」、買い手が「強気」の場合は、取引不成立
4. 売り手が「弱気」、買い手が「弱気」の場合は、交渉力に応じて契約成立となる。

不動産市場における市場における売り手と買い手の力関係をゲーム理論を応用して記述した先行研究として、Quan and Quigley(1991)[1] が挙げられる。そこでは、Rubinstein(1982)[2] による協力ゲームによる利得の配分を利用して、買い手の留保価格と売り手の提示価格の差(配分されるパイの大きさ)をどのように売り手買い手の間で配分するかの比率が示されている。しかし、Quan and Quigley モデルは基本的に静学モデルであり、不動産価格の変動及び売り手と買い手の行動の推移については記述できない。また、Rubinstein(1982) のモデルは完全情報の静学モデルであり、Rubinstein(1985)[3] において不完全情報に拡張されたものの、静学モデルであることは変わらないので価格変動をとらえる動学的な考察が困難である。そこで、本論文では、売り手買い手の取引姿勢に関する戦略を明示しながら不動産価格の動向も示すことのできるモデルとして進化ゲームを基礎としたモデルを提示したい [4][5]。進化ゲームは、静学的なゲームを動学化したものといえる。ゲームのプレーヤーが選択する戦略がどのような割合で推移してゆくのかを動学的に分析することができる。併せて、各期に交渉の結果成立した取引価格がどのように推移するかも動学的に分析することができる。したがって、不動

産市場における売り手と買い手の交渉力や感情と価格の関係を時系列的に分析することができる。これまで進化ゲームを応用した不動産市場分析は私の知る限りでは行われていない。そこで本論文では初歩的な試みとして、不動産市場における「売り手市場」と「買い手市場」の循環が価格推移に応じて循環して起こるモデルを構築する。循環の節目では、売り手あるいは買い手のどちらかが一方的に利得を独占するために、もう一方に利得に関する不公平が生じることで相転移が起きる。これにより売り手と買い手の「強気」「弱気」の戦略をとる割合が変化し循環するモデルである。本論文の以下の構成は次の通りである。第2節では不動産市場における「売り手市場」「買い手市場」の循環モデルを構築する。第3節では、これに従ったエージェントベーストシミュレーションを行い、より視覚的にモデルを考察する。第4節ではまとめと今後の課題を示す。

2. モデル

2.1 基本となる進化ゲーム

はじめに各期に売り手と買い手によって行われるゲームを記述する。売り手は、売却する不動産について留保価格 P_s をもっているとする。買い手は、購入しようとしている不動産について留保価格 P_b をもっているとする。取引対象となる不動産売買について、売り手が強気（買い手が弱気）ならば価格は P_1 で取引される。また、売り手が弱気（買い手が強気）ならば価格は P_2 で取引されるとする。したがって各価格の大小関係は $P_b \geq P_1 \geq P_2 \geq P_t$ となる。売り手と買い手の間で、両者の留保価格の差をどのように分配するかというゲームが基本となる。売り手と買い手の両者が共に同じ価格を提示するならば、その価格で取引が成立するが、異なる場合はどうであろうか。売り手が強気で P_1 を提示し買い手が強気で P_2 を提示した場合、取引が成立しないので、両者の利得は共に0となる。また、売り手が弱気で P_2 を提示し買い手が弱気で P_1 を提示した場合、価格交渉を行う余地が生じる。このモデルでは、 $q = kP_1 + (1-k)P_2, 0 \leq k \leq 1$ と考える。ここで k は、いわば市場における強気な売り手と弱気な買い手の協調の程度を表している。ここでさらに、価格が当初の価格 p_0 から a 上昇した場合を考えると、価格上昇分は初期と比べた買い手の負担となり、売り手はその分を受け取ることができるとする。したがって利得行列は図1となる。また図1を正規化することで、図2の利得行列が得られる¹。以下では図2に示された正規化した利得行列を用いて、売り手及び買い手の期待利得を考える。強気の売り手の割合を x 、弱気の売り手の割合を $1-x$ とする。一方、弱気の買い手の割合を y 、強気の買い手の割合を $1-y$ とする。売り手の期待収益 π_s は、以下の通りである。

$$\pi_s = [(P_1 + P_2 - q - P_s + a)y - (P_2 - P_s + a)]x - (P_2 - P_s + a)y + (P_2 - P_s + a) \quad (1)$$

¹ 利得行列の特定の列または行のすべての要素に同じ値を加えることを、局所的シフトという。利得行列の非対角要素がゼロになるように局所的シフトをおこなうことにより、各プレイヤーが戦略を変更しても期待利得の差に変わりがないので、図1と図2の利得行列は等価であるという。

買い手 売り手	P ₁	P ₂
P ₁	P _b -P ₁ -a P ₁ -P _s +a	0
P ₂	P _b -q-a q-P _s +a	P _b -P ₂ -a P ₂ -P _s +a

図 1: 利得行列

買い手 売り手	P ₁	P ₂
P ₁	P _b -P ₁ -a P ₁ -q	0
P ₂	0	q-P ₂ P ₂ -P _s +a

図 2: 正規化された利得行列

したがって、売り手は以下の条件で強気か弱気かの戦略を選択する。

$$\begin{aligned}
 x = 1 & \quad \text{if} \quad y > \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a} \\
 x = 0 & \quad \text{if} \quad y < \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a} \\
 0 \leq x \leq 1 & \quad \text{if} \quad y = \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a}
 \end{aligned}$$

一方、買い手の期待収益 π_b は、以下の通りである。

$$\pi_b = [(P_b - P_1 - P_2 + q - a)y - (q - P_2)]y - (q - P_2)x + (q - P_2) \quad (2)$$

したがって、買い手は以下の条件で強気か弱気かの戦略を選択する。

$$\begin{aligned}
 y = 1 & \quad \text{if} \quad x > \frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a} \\
 y = 0 & \quad \text{if} \quad x < \frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a} \\
 0 \leq y \leq 1 & \quad \text{if} \quad x = \frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a}
 \end{aligned}$$

したがって、これらの結果を図示すれば、図 3 で示されるようにナッシュ均衡は $(x, y) = (0, 0), (1, 1), (\frac{q - P_2}{P_b - P_1 - P_2 + q - a}, \frac{P_2 - P_s + a}{P_1 + P_2 - q - P_s + a})$ の 3 つ存在することがわかる。

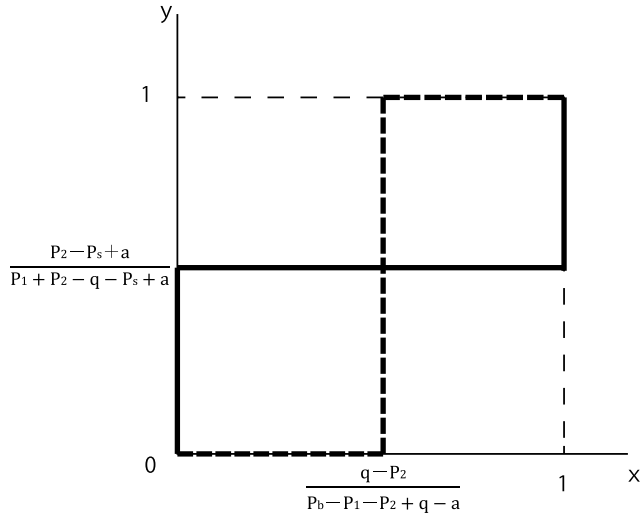


図 3: 売り手と買い手の戦略

次に x, y の動学をみる。各戦略(強気戦略および弱気戦略)を採るような各主体の割合は、それぞれ戦略の下での期待利得と集団全体の平均利得との相対比に比例して増加するものとする。その場合のレプリケータダイナミクスは以下の式によって表される。

$$\dot{x}(t) = (\alpha_A + \beta_A)(y(t) - \theta_A)x(t)(1 - x(t)) \quad (3)$$

$$\dot{y}(t) = (\alpha_B + \beta_B)(x(t) - \theta_B)y(t)(1 - y(t)) \quad (4)$$

ここで

$$\begin{aligned} \alpha_A &= P_1 - q \\ \alpha_B &= P_B - P_1 - a \\ \beta_A &= P_2 - P_S + a \\ \beta_B &= q - P_2 \\ \theta_A &= \frac{P_2 - P_S + a}{P_1 + P_2 - q - P_S + a} \\ \theta_B &= \frac{q - P_2}{P_B - P_1 - P_2 + q - a} \end{aligned}$$

である。均衡点、つまり $\dot{x} = 0$ および $\dot{y} = 0$ と置き成立する (x, y) は、 $(x, y) = (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (\theta_B, \theta_A)$ の 5 つである。

次に動学式のヤコビアンを求める。動学式のヤコビアンは以下の通りである。

$$J(x, y) = \begin{pmatrix} (y - \theta_A)(1 - 2x) & x(1 - x) \\ y(1 - y) & (x - \theta_B)(1 - 2y) \end{pmatrix} \quad (5)$$

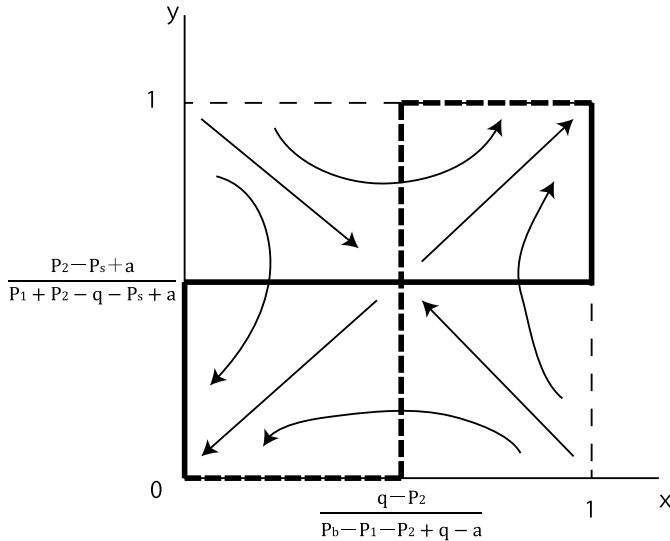


図 4: x, y の動学

(5) 式に 5 つの均衡点を代入することで、安定的な均衡点か、不安定な均衡点か、鞍点かを調べる。

(1) $(x, y) = (0, 0)$ の場合、固有値が $-\theta_A < 0, -\theta_B < 0$ であり負の固有値を 2 つ持つため、安定的な均衡点であることがわかる。(2) $(x, y) = (0, 1)$ の場合、固有値が $1 - \theta_A > 0, \theta_B > 0$ であり正の固有値を 2 つ持つため、不安定な均衡点であることがわかる。(3) $(x, y) = (1, 0)$ の場合、固有値が $\theta_A > 0, 1 - \theta_B > 0$ であり正の固有値を 2 つ持つため、不安定な均衡点であることがわかる。(4) $(x, y) = (1, 1)$ の場合、固有値が $-(1 - \theta_A) < 0, -(1 - \theta_B) < 0$ であり負の固有値を 2 つ持つため、安定的な均衡点であることがわかる。(5) $(x, y) = (\theta_B, \theta_A)$ の場合、固有値が $\pm \sqrt{\theta_A(1 - \theta_A)\theta_B(1 - \theta_B)}$ であり正負の固有値をそれぞれ持つため、鞍点であることがわかる。以上より、 x, y の動学は図 4 のようになる。

2.2 売り手と買い手の協調関係 k の内生性

ここでは、売り手と買い手の協調関係を表す k についてモデル内で決定できるようにする。 k については、Rubinstein(1982,1985) のような定式化もあるが、このモデルにおいては市場全体のセンチメントを表わすものとして、 k は強気な売り手と弱気な買い手の合計の全プレーヤーに対する割合と考える。売り手の数を n 、買い手の数を m とすれば、以下のように書くことができる。

$$k = \frac{xn + ym}{n + m} \tag{6}$$

本論文では、簡素化のため $n = m$ とする。その場合、

$$k = \frac{x + y}{2} \quad (7)$$

と簡単に表わされる。また、(7)式からわかるように、

$$\frac{\partial k}{\partial x} > 0, \frac{\partial k}{\partial y} > 0 \quad (8)$$

である。

2.3 不動産価格の変化 a の内生性

ここで、閾値である θ_A, θ_B は不動産価格の変化 a によって変化するため、これをモデル内で決定できるようにする。そこで、売り手と買い手の市場における協調関係を表す k を用いて、市場の平均的な価格 $P(t)$ を以下のように定義する。

$$P(t) = k[x(t)P_1 + (1 - x(t))P_2] + (1 - k)[y(t)P_1 + (1 - y(t))P_2] \quad (9)$$

すると、不動産価格の変化を以下のように書くことができる。

$$a = P(t) - P(0) \quad (10)$$

また、(8)及び(9)からわかるように、

$$\frac{\partial a}{\partial x} > 0, \frac{\partial a}{\partial y} > 0 \quad (11)$$

である。

2.4 導出される循環過程

以上のセッティングを用いて、モデル全体の分析をする。 a と k が x, y の関数であることを明示して、先に求めた閾値を再掲する。

$$\theta_A = \frac{P_2 - P_S + a(x, y)}{P_1 - q(x, y) + P_2 - P_S + a(x, y)} \quad (12)$$

$$\theta_B = \frac{q(x, y) - P_2}{P_B - P_1 - a(x, y) + q(x, y) - P_2} \quad (13)$$

本節第1小節において記述された基本ゲームによればこのゲームは協調ゲームであり、 x, y は正の相関をもって推移すると考えられる。これを考慮すると、(12)の分母にある $q(x, y)$ は、 q の定義式と(8)より $\frac{\partial q}{\partial x} > 0, \frac{\partial q}{\partial y} > 0$ なので、 x, y が大きくなると分母が小さくなるため、 $\frac{\partial \theta_A}{\partial x} > 0, \frac{\partial \theta_A}{\partial y} > 0$ となる。また、(13)の分母にある $a(x, y)$ は、(11)より x, y が大きくなると分母が小さくなるため、 $\frac{\partial \theta_B}{\partial x} > 0, \frac{\partial \theta_B}{\partial y} > 0$ となる。

x, y が相対的に大きい状態は「売り手市場」である。これらがより大きくなると、図4で示した閾値が x, y ともに1に近づくため、縦の閾値 θ_B は徐々に右に移動し、横の閾値 θ_A は徐々に上に移動する。しかしそれぞれが1に近い一定の水準に達すると、その時点で

の x, y の地点を閾値が追い抜くことになる。すると、原点(0,0)に向けての収束が始まり、 x, y はその値を減少させていく。この下降局面が「買い手市場」と言える。 x, y の減少は不動産価格 $p(t)$ あるいは a や q の減少を引き起こし、縦の閾値 θ_B は0に向けて徐々に減少するため左に移動し、横の閾値 θ_A も0に向けて徐々に減少するため下に移動する。そのうち両者が0に近い一定の水準に達すると、その時点での x, y の地点を閾値がまたしても追い抜くことになる。すると再び(1,1)に向けての収束が始まり、 x, y はその値を増加させていく。それに伴い、不動産価格も再び上昇してゆく。

以上のような循環過程が継続するというのがモデルから得られる結果である。

3. ABMによるシミュレーション

第2節において構築した不動産市場の循環モデルをより視覚的に考察するために、エージェントベーストシミュレーション (Agent Based Simulation) を行う²。

まず売り手と買い手を500組セットする。すべての売り手のうち x の割合で強気戦略を持つ売り手をランダムに配置する。同様にすべての買い手のうち y の割合で弱気戦略を持つ買い手をランダムに設置する。すべての売り手は同様の不動産を保有しており、共通の留保価格(これ未満では取引しない価格)を持つ。

すべての買い手は同様の不動産を購入希望しており、共通の留保価格(これを超過すると取引しない価格)を持つ。これらは各時点の平均的な市場価格 $p(t)$ の、それぞれプラス600万円、マイナス600万円と固定する。また、強気戦略の売り手と弱気戦略の買い手の取引価格及び弱気戦略の売り手と強気戦略の買い手の取引価格は、各時点の平均的な市場価格 $p(t)$ の、それぞれプラス300万円、マイナス300万円と固定する。したがって時系列的に平均的な市場価格 $p(t)$ は変化するが、これを中心にして各期において同様のゲームが構成され、異なる主体同士でゲームが実施される。

ゲームが実施されたのち、売り手および買い手の利得の集計が行われる。強気戦略を採った売り手の期待利得及び売り手全体の期待利得を比較、並びに弱気戦略を採った買い手の期待利得及び買い手全体の期待利得を比較し、(3)によって x の増加分を、(4)によって y の増加分を計算する。シミュレーションにおいては、増加分が数期にわたって伝播すると仮定し、その増加速度を調整している。以上により x, y が確定する。次に、(7)により売り手と買い手の協調の程度を表す k が確定する。さらに、(9)において p_t が計算され、(10)により a が確定する。これらの計算結果をもとに、次期の利得行列が設定され、それに基づき上記同様のゲームが繰り返される。シミュレーションを行う初期条件として、初期の不動産価格 $p_0 = p$ を3000(万円)としておく。また、 $a = 0, x = 0.5, y = 0.5, k = 0.5$ としておく。

以上によりシミュレーションを行うと、図5のようになった。モデルから読み取れたように、 x, y が $0 < x, y < 1$ の範囲を強調しながら循環していることが分かる。さらに、そ

² 本論文で使用したシミュレーションソフトは、NetLogo 5.2.0である。
<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/download.shtml>にて入手できるフリーソフトウェアである。

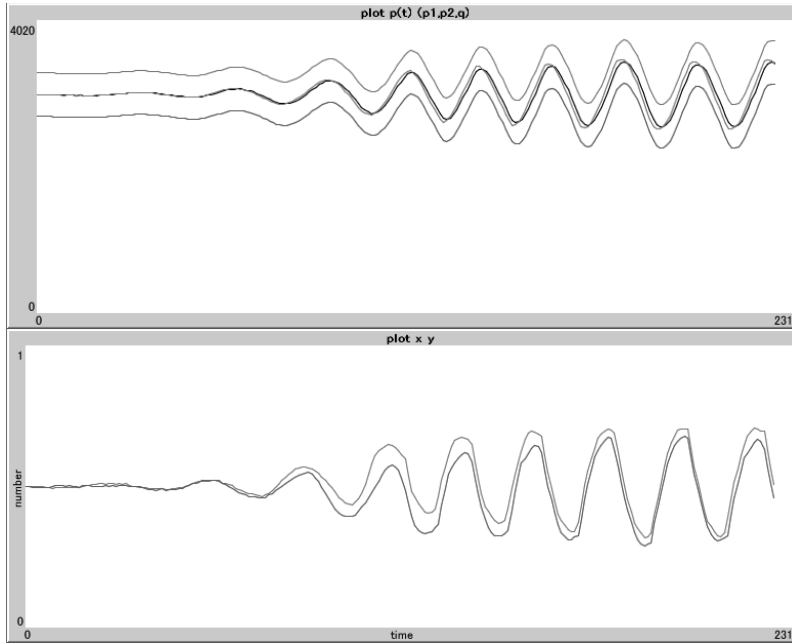


図 5: $p(t), p1, p2, q$ および x, y の推移 (初期値: $x = 0.5, y = 0.5, k = 0.5$)

れに伴って不動産価格も売り手及び買い手の留保価格の範囲で循環的に推移していることが分かる。この循環を引き起こしているのは a の水準の増加及び減少であり、これに伴い、売り手ないし買い手の一方に利得が集中しもう一方に不公平感が募ることによって、循環が生じているのである。また、シミュレーションを行う初期条件として、 k, x, y の初期値をそれぞれ、 $x = 0.7, y = 0.3, k = 0.6$ などとして置いた場合を図 6 に示す。初期条件にかかわらず、図 5 と同様シミュレーションがある程度進むと x, y が $0 < x, y < 1$ の範囲を協調しながら循環していることが分かる。これは、 $(x, y) = (0, 0), (1, 1)$ のほぼ対角線上の軌道を売り手と買い手の割合がほぼ同様に往復していることを表わしており、 x, y の初期値がいずれにしても上記軌道に乗った後はそこを往復することを示している。

4 まとめ

本論文では、不動産市場における売り手と買い手の協調的取引関係を記述するモデルとして、進化ゲームを応用することを提案した。強気な値付戦略と弱気な値付戦略をとる売り手と買い手の割合が推移し、取引価格を内生化することで、売り手と買い手の間の利得に関する不公平感が各主体の取り得る戦略の割合の変化や価格循環を引き起こすメカニズムを明らかにした。さらにこれを視覚的に確認するため、エージェントベーストシミュレーションを行い、初期条件によらない売り手と買い手の頑強な協調的取引関係を示した。

本論文では、これまで不動産市場分析で応用例の少ない進化ゲームの応用を行い、市場参加

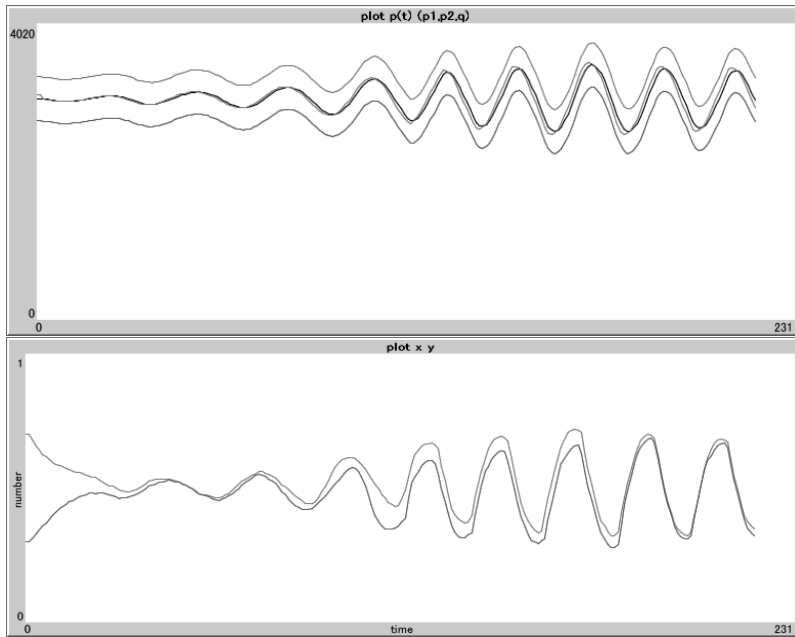


図 6: $p(t)$, $p1$, $p2$, q および x ; y の推移 (初期値 : $x = 0.7$, $y = 0.3$, $k = 0.6$)

者の不公平感という感情が各主体の有利不利を決定してゆくという点、またこのような市場の感情が価格の循環を引き起こす原因になっている点も興味深い。しかし、ゲームの構造が簡素化のため非常に単純である点に難がある。例えば、売り手と買い手が每期同数同様のゲームを行うという仮定は少々無理があり、今後売り手と買い手のマッチングが具体的にどう行われるか、主体のサーチ行動をモデル化するかなど課題が多い。さらに市場には異質の取引不動産が散在しており、これを異質の売り手買い手が異質の地域を探索しながら契約行動をとるなど、ミクロ経済学的な基礎をもちながらのマルチエージェントシミュレーションの方向性が考えられる。本論文で提示されたモデルを基本的なセッティングの一部として機能させながら、今後は上記のような発展的研究を行っていきたいと考えている。

参考文献

- [1] Quan, D.C. and Quigley, J.M.(1991), "Price Formation and the Appraisal Function in Real Estate Markets," *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 4, pp.127-146.
- [2] Rubinstein, A.(1982), "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model," *Econometrica*, 50, pp.97-109.
- [3] Rubinstein, A.(1985), "A Bargaining Model with Incomplete Information about Time Preferences," *Econometrica*, 53, pp.1151-1172.
- [4] Weibull, J.W.(1997), "Evolutionary Game Theory," The MIT Press.
- [5] Gintis, H.(2009), "Game Theory Evolving(2nd Edition)," Princeton University Press.