

円筒に取り付けた3枚の1/4円弧型ブレードからなる垂直軸抗力型風力タービンの流体力学的諸特性¹

Aerodynamic Characteristics of a VAWT Consisting of Three Quarter Circular-Arc Blades Attached to a Cylindrical Core

植田芳昭² 摂南大学理工学部機械工学科
 有吉俊二 摂南大学理工学部機械工学科
 中嶋智也 大阪府立大学学術研究院

UEDA, Yoshiaki Department of Mechanical Engineering, Setsunan University
 ARIYOSHI, Syunji Undergraduate School of Science and Engineering, Setsunan University
 NAKAJIMA, Tomoya Institute of Science Research, Osaka Prefecture University

Abstract

Unsteady flow past an automatically rotating vertical-axis wind turbine (VAWT), which consists of three quarter circular-arc blades attached to a cylindrical core, is computationally simulated by a vortex particle method. Such a dynamic simulation for the autorotation requires non grid-based strategy. In this computation, the angular velocity of the rotor is successfully updated by solving the equation of motion with the use of the computed aerodynamic torque on all blades, which results in the problem of one degree of freedom (1-DOF). Results for torque characteristics, temporal angular velocity of the rotor and snapshots of iso-vorticity line and streamline around the rotor are given. The present computational strategy could play a key role for computing the autorotation of a rotor.

キーワード： 垂直軸型風力タービン, 抗力型, オートローテーション, 渦粒子法, 数値流体力学シミュレーション

Keywords: vertical-axis wind turbine, drag-type turbine, autorotation, vortex particle method, computational fluid dynamics

1. はじめに

風力タービン(風車)は, オランダでよく見られる, 流れの方向に回転軸を持つ水平軸型(Horizontal-Axis Wind Turbine; HAWT)と, 流れと垂直な方向に回転軸を持つ垂直軸型(Vertical-Axis Wind Turbine; VAWT)に大別される. さらに, ローターの回転の駆動力として抗力を利用するものを抗力型(Drag-type), 揚力を利用するものを揚力型(Lift-type)として分類される. 図1は, 各種風力タービンの出力性能 C_P を示したものである. 横軸には周速比 λ をとっており, 風速 V に対するローター先端の回転速度 $(a/2)\Omega$ の比である($\lambda = [(a/2)\Omega]/V$). ただし, Ω はローターの回転角速度, $a/2$ は回転軸からローター先端までの距離である. この図から, 水平軸風車(HAWT)や揚力型の垂直軸風車(Lift-Type VAWT)は高周速比で高出力であるが, サボニウス・タービンに代表される抗力型の垂直

¹【原稿受付】2016年8月1日, 【掲載決定】2016年9月27日

²【主著者連絡先】 植田芳昭 摂南大学, 講師 e-mail: yoshiaki.ueda@mec.setsunan.ac.jp
 〒572-8508 大阪府寝屋川市池田中町17-8, 摂南大学理工学部機械工学科

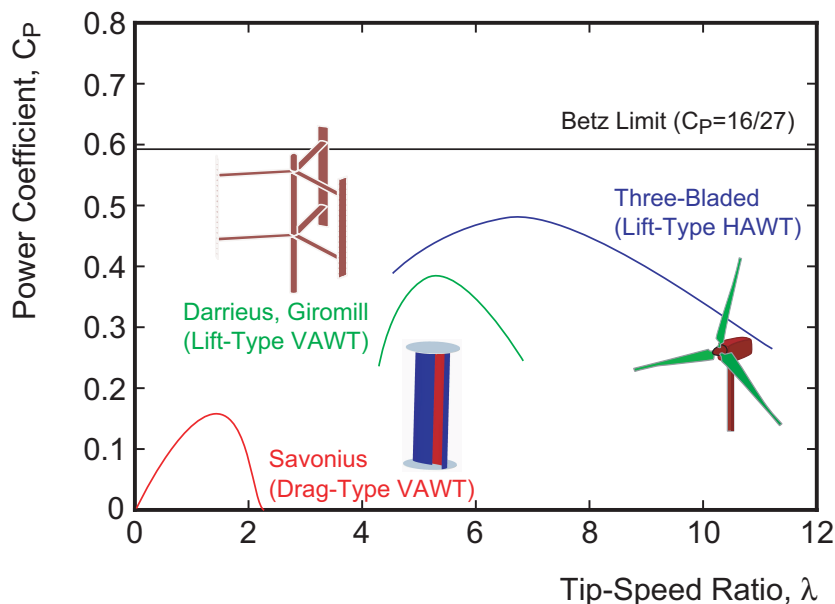


図1 各種風力タービンの出力特性

軸風車の周速比はせいぜい1を超える程度で、出力性能も低いことが分かる[†]。しかしながら、サボニウス・タービンは、出力性能は低いものの、トルク性能は非常に良いことから、風車の起動性能としては優れている^(1,2) ことで知られている[‡]。

大規模なウィンド・ファームでは水平軸型の風力タービン (HAWT) が採用されているが、タービンの向きが風軸から外れるとその効率は著しく低下するため[§]、風向の変更にあわせて常時その向きを変える必要がある。しかしながら、そのような操作を実際に行うにはどうしても時間遅れが生じてしまい、それにより大型の風力タービンでは発電効率を低下させてしまう。他方、抗力型の垂直軸風力タービン (Drag-Type VAWT) は、風向に対する指向性は無く、起動特性が優れていることから、日本のような微風環境下においても回転を常時持続でき、設計効率 (安定回転しているときの出力特性) として優れた水平軸型よりも年間の総発電量は大きくなる可能性が指摘されつつある⁽³⁾。

上述のように、垂直軸風力タービンのなかでも、サボニウス・タービンに代表される抗力型 (Drag-Type VAWT) は、起動性は良いものの周速比が1を超える程度で出力は高くはなく、他方、ダリウス・タービンに代表される揚力型 (Lift-Type VAWT) は、周速比の大きいところで大きな出力が得られるものの、起動性が良くないという欠点をもつ。これら抗力型、揚力型それぞれの利点を併せることを目論んで、中心にサボニウス・ローターを、その外側にジャイロミル・ローターを配置するという垂直軸型のハイブリッド・タービンが考案された。残念ながら、このハイブリッド・タービンの出力特性は図2 (右図) の青点線のようになってしまう、高周速比において本来揚力型がもつ出力特性よりも大きく低下してしまうことが知られている⁽³⁾。この主たる要因は、内側の抗力型ローターによって誘起される流れが外側の揚力型ローターに悪影響を及ぼしてしまうことにある。そこで本研究グループでは、内側のローターをサボニウス・ローターから図2 (左図) のように、中心の円筒に3枚の1/4円弧型ブレードを取り付けたローター⁽⁴⁾ に置き換えることにより、高周速比において出力特

[†]出力特性は単位時間あたりのトルク特性として算出される。そのため、高周速比で高トルクなローターほど出力性能は高いことになる。

[‡]水平軸風車 (HAWT) や揚力型の垂直軸風車 (Lift-Type VAWT) は安定して回転していれば高出力が得られるが、トルク性能が悪いので微風環境下では起動しない。他方、抗力型の垂直軸風車 (Drag-Type VAWT) は出力は低いものの、トルク性能が良いことから微風環境下でも常時回転し続けることができる。

[§]水平軸風車や揚力型の垂直軸風車はトルク性能が悪いことによる。

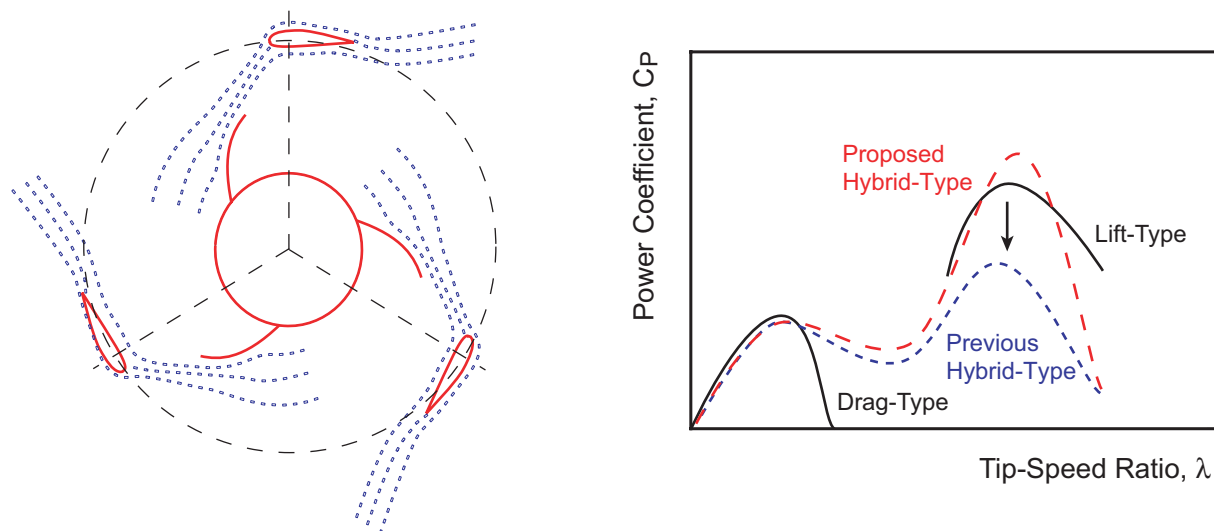


図2 新規垂直軸型ハイブリッド・タービンの概念図と目指す出力特性⁽⁴⁾

性を低下させないような（図2（右図）の赤破線），内側と外側のローターによる連成流れを誘起するタービン形状の開発を目指している．これには第三著者がこれまでに地面効果翼（Wing-In-Ground Effect; WIG）の研究で得た知見が活用されている．

近年，数値流体力学（Computational Fluid Dynamics; CFD）の発展は目覚ましく，その解析手法は代表的なものだけでも，有限体積法，有限要素法，境界要素法，粒子法など，様々な手法が提案されている⁽⁵⁾．このうち後者に属する渦粒子法は，Koumoutsakos & Leonard⁽⁶⁾によって急発進する円柱まわりの非定常流れに対して適用され， $40 \leq Re \leq 9,500$ に対して，Bar-Lev & Yang⁽⁷⁾による漸近解析解と一致することが示されている．ただし，このレイノルズ数 Re は，代表速度を一樣流速，代表長さを円柱の直径として定義される．さらに，Shiels⁽⁸⁾は急発進直後の円柱まわりの非定常流れ ($Re = 3,000$) に対して，また Cottet *et al.*⁽⁹⁾は一樣等方性乱流のシミュレートにおいて，スペクトル法と同程度の精度でシミュレートできることを示している．

風車のように固体境界が時間的に移動する対象を，有限体積法や有限要素法といった流体領域に格子形成を必要とする計算手法でシミュレートすることは，通常，容易ではない．そのため，風車のローターまわりの流れに関する数値シミュレーションに限れば，非粘性流れに対してパネル法（境界要素法）で解くもの^(10,11)や，一樣流のもとでローターを時間的に一定の回転角速度で回転させて（回転座標系で）シミュレートしている報告⁽¹²⁻¹⁴⁾がほとんどである．最近になって，Jaohindy *et al.*^(15,16)が汎用数値流体力学シミュレーションソフト Star-CCM+TMを用いて，一樣流を受けて自動的に回転（Autorotation）するサボニウス・ローターの数値結果を報告しているが，彼らを除けばほとんどその報告を見ない．

本稿では，出力性能に優れた垂直軸ハイブリッド・タービンの開発を目指して，これまでに第一著者が開発してきた，本質的には格子形成が不要である渦粒子法^(17,18)を用いて自動的に回転するローターの空力特性を数値解析するための手法を開発する．本稿はこれまでの解析手法^(17,18)をローターまわりの流れに適用する初期段階であることから，図2（左図）のハイブリッド・タービンの内側に配置された抗力型ローター単体について数値解析を行う．

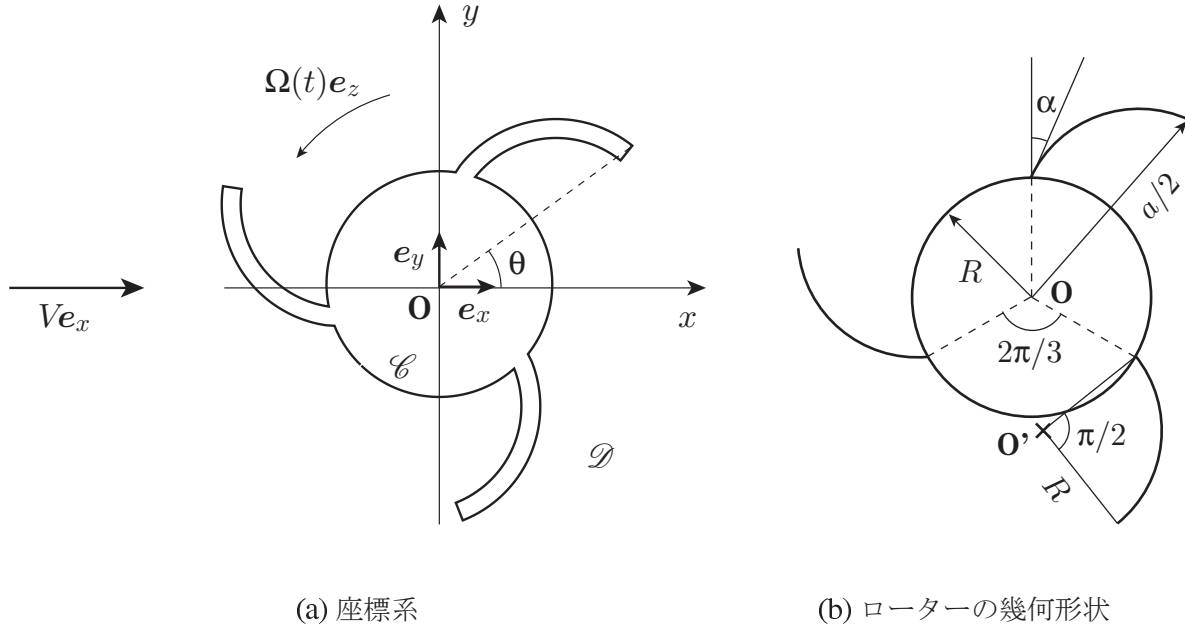


図3 一様流 $V\mathbf{e}_x$ を受けて角速度 $\Omega(t)\mathbf{e}_z$ で自動回転するローターに関する絶対座標系とローターの幾何形状 (ただし, $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x \wedge \mathbf{e}_y$)

2. 数値解析手法

2.1. 問題設定と渦度方程式

図3に示すように, 本稿で扱うローターは, 半径 R の中心円筒に3枚の1/4円弧型ブレード (半径 R , 肉厚 $\Delta = 0.17R$) を取り付けた形状である. ブレードの取り付け角 α は, ブレードの取り付け位置における中心円筒の法線とブレードの接線とのなす角とする (付記参照).

時刻 $t \rightarrow +0$ で静止しているローター \mathcal{C} (初期位相 $\theta_0 = 49^\circ$) が x 軸負側から一様流 $V\mathbf{e}_x$ を受けて, 自動的に回転運動を始める問題について考える (図3(a)参照). ローターの直径 a に基づく無次元時間を $t := Vt_0/a$ (ただし, t_0 は有次元の時間を表す), 流体の動粘性係数を ν とすると, レイノルズ数は $Re = Va/\nu$ となるので, 時刻 $t > 0$ における速度場 \mathbf{u} と渦度場 ω は

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad \text{in } \mathcal{D} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{and} \quad \omega = (\nabla \wedge \mathbf{u}) \cdot \mathbf{e}_z \quad \text{in } \mathcal{D} \quad (2)$$

によって記述される. ただし, \mathcal{D} は二次元の非圧縮性流体領域である. ローター表面 $\partial\mathcal{C}$ の運動速度を $\mathbf{V}_B(t)$ とすると, ローター表面上ではすべり無しの条件が課され, また無限遠方での循環はゼロに収束する必要があるので, $\mathbf{x} \in \mathcal{D}$, $\mathbf{s} \in \partial\mathcal{C}_r$ において,

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{V}_B(t)H(t) \quad \text{on } \partial\mathcal{C} \quad \text{and} \quad \oint_{\partial\mathcal{C}_r = \{\mathbf{x}|\mathbf{x}=r\}} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s} \rightarrow 0 \quad \text{as } |\mathbf{x}| \rightarrow \infty \quad (3)$$

ただし, $H(t)$ はヘビサイドの超関数 ($t > 0$ のとき $H(t) = 1$, それ以外では $H(t) = 0$) である.

2.2. 渦粒子法

支配方程式 (1)–(3) を数的に解く手法はいくつか挙げられるが、渦粒子法ではビオ・サバールの法則を利用するのが特徴である[†]。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{D}} \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \wedge \omega(\mathbf{y}, t) \mathbf{e}_z}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^2} dS + \nabla \Phi \mathbf{e}_x \quad \text{for } \mathbf{y} \in \mathcal{D} \quad (4)$$

ただし、 Φ は $\nabla^2 \Phi = 0$ を満足するスカラー関数であり、位置 \mathbf{x} における速度 \mathbf{u} は、ソレノイダル条件 (2) と無限遠方の境界条件 (3) をともに満足する二次元流体領域 \mathcal{D} 内の渦度 ω から求められる。未知関数である渦度 ω は、式 (4) を渦度方程式 (1) に代入することによって得られる。具体的には、時刻 t における渦度場 ω は、有限なコア半径 ϵ をもち、 $\mathbf{x}_i(t)$ に位置する N 個の渦粒子から次式のように近似的に表現される。

$$\omega(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \eta_\epsilon(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) \quad (5)$$

ただし、 Γ_i は $\mathbf{x}_i(t)$ に位置する i 番目の渦粒子の循環であり、 η_ϵ は渦度の分布関数である。渦粒子数 N は時間 t に依存して増加する。本稿の計算では、 η_ϵ としてガウスのカットオフ関数を用いる。

$$\eta_\epsilon(\mathbf{x}) = \exp(-\rho_r^2/2)/(2\pi\epsilon^2), \quad \rho_r = |\mathbf{x}|/\epsilon \quad (6)$$

時刻 t から $t + \Delta t$ の間に、渦粒子 i は粘性拡散によりその循環 Γ_i の値を変え、速度 \mathbf{u}_i によって位置 \mathbf{x}_i に移流する。この計算をする際、渦度方程式 (1) はスプリット法により、オイラー方程式と粘性拡散方程式に分離して行う⁽²⁰⁾。粘性拡散方程式を解くには Particle Strength Exchange (PSE) 法を用いる。PSE 法では、ラプラス演算子は次式のように積分表現される⁽²¹⁾。

$$\nabla^2 \omega(\mathbf{x}) = \frac{2}{\epsilon^2} \int_{\mathcal{D}} [\omega(\mathbf{y}) - \omega(\mathbf{x})] \eta(\mathbf{y} - \mathbf{x}) d\mathbf{y} + O(\epsilon^2) \quad \text{for } \mathbf{y} \in \mathcal{D} \quad (7)$$

渦粒子が移流、拡散したのち、すべり無しの境界条件 (3) は、ローター表面上 $\partial\mathcal{C}$ に強さを未知数とする特異関数（一様強さ γ の循環）を分布させることにより構成した境界積分方程式

$$\gamma(\mathbf{x}) - \frac{1}{\pi} \oint_{\partial\mathcal{C}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} (\log |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \gamma(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = -2\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_s \quad \text{for } \mathbf{x}' \in \partial\mathcal{C} \quad (8)$$

をパネル法によって解き、その循環 γ (渦シートという) を渦粒子の循環 Γ_i に拡散させることによって課される。ただし、 \mathbf{n} は $\partial\mathcal{C}$ 上での外向き法線、 \mathbf{e}_s は接線方向の単位ベクトルである。二次元流の場合、多価性（多重連結）による解の不定を解消するため、境界積分方程式 (8) を解く際、付加的に次式のケルビンの循環定理を課しておく^(22–24)。

$$\oint_{\partial\mathcal{C}} \gamma(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -2A_b [\Omega(t + \Delta t) - \Omega(t)] \quad (9)$$

ただし、 A_b はローター \mathcal{C} の面積である。式 (8)–(9) は、ローター表面 $\partial\mathcal{C}$ を M 枚のパネルで構成したとき、 M 個の未知数に対して方程式の数が $M + 1$ となるため (overdetermined system)、ラグランジュの乗数法を用いて最適解を決定する⁽²³⁾。

[†]速度場 \mathbf{u} を渦度場 ω から求める際、ビオ・サバールの法則 (4) を用いるのではなく、流れ場に計算格子を形成しておくとき、ポアソン方程式 $\nabla^2 \Psi = -\omega$ を差分法で解く方法もある。ただし、ヘルムホルツ分解から $\mathbf{u} = \nabla \wedge \Psi + \nabla \Phi$ である。この方法は Vortex-In-Cell (VIC) 法と呼ばれており、境界面 $\partial\mathcal{C}$ 上ですべり無しの条件 $\partial\Phi/\partial\mathbf{n} = -(\nabla \wedge \Phi) \cdot \mathbf{n}$ を差分的に解くために境界適合格子を形成しておく必要があることが、通常の渦粒子法と異なる点である。この手法では、ポアソン方程式を解く際、FFT を利用することにより計算の高速化が図られる。

他方、ビオ・サバールの法則 (4) を用いて速度場の計算を行う場合、 N 個の渦粒子に対して演算回数は $O(N^2)$ となることから、通常、Fast Multipole Method (FMM) を用いた高速化処理が行われる⁽¹⁹⁾。これにより、演算回数は $O(N \log N)$ となる。

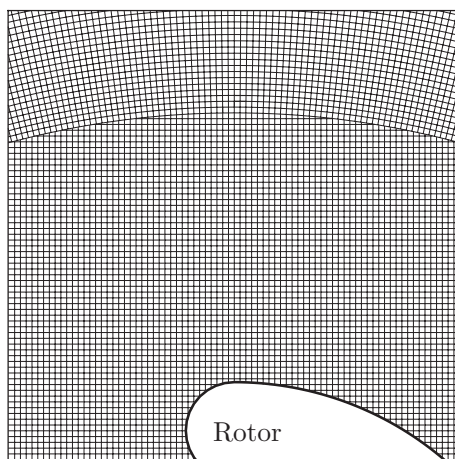


図4 ローター近傍の格子

渦粒子法では、 ϵ のコア半径をもつ渦粒子の分布が互いに重なり合っていれば、精度良くシミュレートできることが Beale & Majda⁽²⁵⁾ によって数理的に証明されていることから、本手法における計算精度の低下は、強いせん断応力によってひずみ速度が大きくなる時、渦粒子の分布にすき間が生じてしまうことに起因する。そこで、数ステップに一度、渦粒子を格子状に再分配することにより、つねに渦粒子同士が重なり合うようにしておく^(22,23,26)。再分配の際には、三次のモーメントまで保存するフィルタリング関数 Λ'_2 と Λ_3 を用いる^(22,23)。なお、図4に示すように、再分配の際に用いる格子はローターの表面に沿っている必要はない。

2.3. ローターの運動方程式

ローター \mathcal{C} が流体から受ける圧力 p は、ポアソン方程式

$$\nabla^2 H = 2\nabla \cdot (\mathbf{u} \wedge \omega \mathbf{e}_z) \quad (10)$$

から境界積分方程式を構成し、パネル法で解くことによって求められる^(27,28)。ただし、 $H := 2(p/\rho) + |\mathbf{u}|^2 - V^2$ はベルヌーイ関数である (ρ は流体の密度)。本稿で扱うローターは抗力型であることから、トルクに及ぼす粘性の影響は無視し、圧力によるトルクのみを用いる。そのとき、ローターの回転角速度 $\Omega(t)$ は、慣性モーメントを I_b とすれば、先に求めた流体から受けるトルク $T(t)$ を運動方程式

$$I_b \frac{d\Omega(t)}{dt} = T(t) \quad (11)$$

に代入し、2次精度のアダムス・バッシュフォース法により時間発展させることによって算出される。なお、本計算ではローターの回転角速度は無負荷（流体から受けるトルク $T(t)$ のみ）で算出しているが、実際にはタービンとしてトルクを得る必要があるため、運動方程式(11)の右辺から相応のトルクを引いておくことになる。慣性モーメント I_b は、ローターの面密度を ρ_b としたとき、 $I_b = \iint_{\mathcal{C}} \rho_b r^2 dS$ によって計算されることと、トルク T は $C_T := T/[(1/4)\rho V^2 a^2]$ （トルク係数という）のように無次元化されることから、運動方程式(11)を積分する際、ローターと流体の密度比 ρ_b/ρ が重要となることが分かる。

3. 数値計算結果および考察

本稿の計算では、ローター表面は $M = 1,500$ 枚のパネルで構成し、コア半径が $\epsilon = 8.94 \times 10^{-3}$ の渦粒子をローター近傍に 48,032 個配置しておく。渦粒子の数は時々刻々ローター表面から生成さ

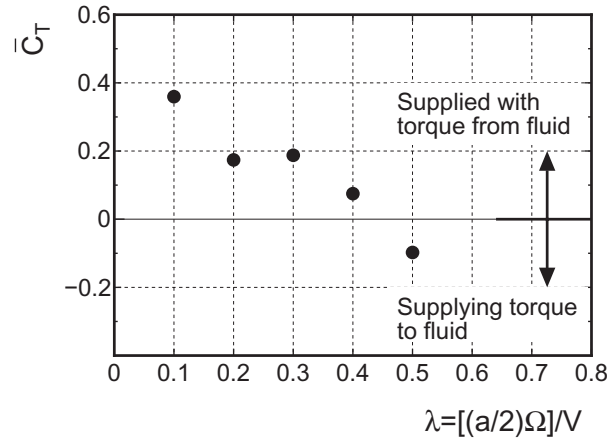


図5 トルク特性 (取り付け角 $\alpha = 20^\circ$, $\bar{C}_T := \bar{T}/[(1/4)\rho V^2 a^2]$)

れるため、時間とともに増加する。時間ステップはPSE法の安定条件⁽²¹⁾を考慮して、 $\Delta t = 0.01$ とする。図3(b)に示すブレードの取り付け角は $\alpha = 20^\circ$ とする。ブレードの取り付け角 α がローターのトルク特性へ及ぼす影響は文献⁽³¹⁾で検討している。なお、本計算手法が、自動的に回転するS字ローターやサボニウス・ローターの計算に精度良く適用できることはすでに検証済みである。

前節で言及したように、ローターの慣性モーメント I_b は無次元化した式(11)を解く際に、ローターと流体の密度比 ρ_b/ρ として現れる。本稿では、自動的に回転運動するローターの非定常計算を行う手法の開発に主眼を置いていることから、慣性モーメントの値として仮想的に $I_b = 5.0$ に設定しておく。もちろん、この値から算出される密度比は、ローターの中心円筒が中実か中空かによっても異なってくるが、それに関してここでは踏み込まない。

3.1. トルク特性

風力タービン(ローター)の流体力学的性能を判断する特性量としては、周速比 $\lambda = [(a/2)\Omega]/V$ に対するトルク係数 $\bar{C}_T = \bar{T}/[(1/4)\rho V^2 a^2]$ (もしくはパワー係数 \bar{C}_P)を用いるのが一般的である。図5は、所定の周速比となるように、一定角速度 $\Omega(t) = \Omega$ で回転させたときのトルク特性を示している。ただし、本稿では非定常流れの計算を行っていることから、トルクの時間平均値 \bar{T} は、ローターが回転を始めてから十分に時間が経過し、トルクの値 $T(t)$ が安定した状態における時間平均値として算出している。このトルク特性の結果から、周速比が $\lambda \approx 0.42$ でトルク係数 \bar{C}_T の値が正から負に変化していることが確認できる。つまり、このローターは、 $\lambda \lesssim 0.42$ のとき流体側からトルクを受けとり(タービンのような被動機として機能する)、 $\lambda \gtrsim 0.42$ のとき流体側にトルクを供給していることになる(送風機やポンプのような原動機として機能する)^{||}。抗力型の垂直軸タービンを代表するサボニウス・ローターの場合、周速比が $\lambda = 1.4$ 付近でトルクは最大となることから⁽¹⁾、このローター単体のトルク性能は通常のスボニウス・タービンに比べて劣っていることが分かる。

式(11)で言及したように、本稿ではローターの回転角速度は無負荷で計算している。そのため、トルク係数の値がほぼゼロとなる周速比 $\lambda = [(a/2)\Omega]/V \approx 0.42$ は、次小節の図8(左図)で得られるローターの非定常角速度 $\Omega(t)$ の時間平均値 $\bar{\Omega} \approx 0.42$ に対応していることになる(本計算では、 $V = 1.0$, $a/2 = 1.0$ としている)。実際に、このローターを用いてトルク出力を得ようとした場合、周速比が $\lambda \approx 0.3$ 付近になるような負荷を運動方程式(11)の右辺に与えてやればよいことが推察される。

^{||}ローターが流体から受けとるトルク係数 C_T が正ということは、“被動機として”流体からトルクを得ることが可能となる。他方、トルク係数 C_T が負ということは、“原動機として”ローターが流体にトルクを与えていることになる。

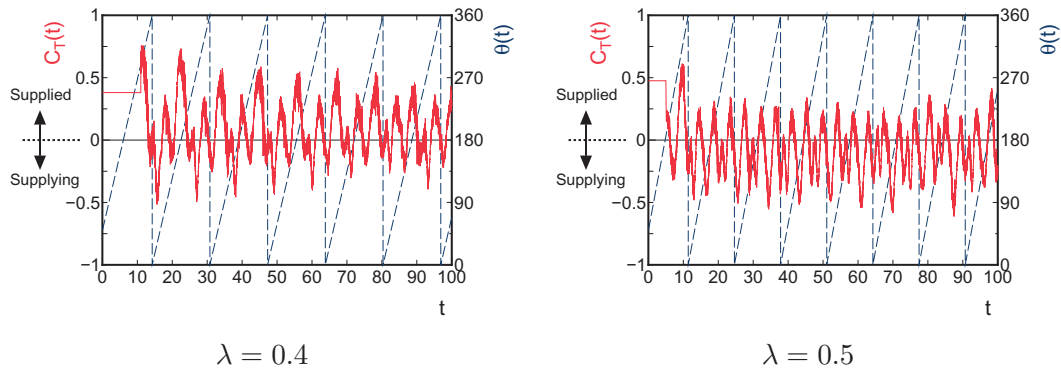


図6 一定角速度で回転するローターのトルク係数 $C_T(t)$ とローター角 $\theta(t)$ の時間履歴

図6は、周速比が $\lambda = 0.4$ と $\lambda = 0.5$ のときのトルク係数 $C_T(t)$ の時間履歴を表したものである。ブレードの回転角を把握するため、図3(a)で定義したローターの位相角 $\theta(t)$ を縦軸右側にとってある。この結果から、ローターが1周期回転する間もトルク係数の値は正負に変化しており、位相角によってローターが流体側からトルクを受け取る状態 ($C_T > 0$ のとき) と、流体側へトルクを供給する状態 ($C_T < 0$ のとき) が共存していることが分かる。また、周速比が $\lambda = 0.5$ のとき、トルク係数の時間平均値 \bar{C}_T は負となることがこの結果からも理解できる (つまり、 $\lambda = 0.5$ のとき、ローターは原動機として機能する)。

図7は、位相角によるトルク係数 C_T の平均値を極座標表示したものである。極座標表示ではトルク係数の値は絶対値で表示されてしまい正負の判断がつかないので、図7では $\exp(C_T)$ の値を極座標表示している。これにより、 $\exp(C_T) < 1$ の領域が $C_T < 0$ に、 $\exp(C_T) > 1$ の領域が $C_T > 0$ に対応することになる。したがって、ローターが一周回転する間にトルクが正の最大値をとるのは、 $\theta = 90^\circ, 210^\circ, 330^\circ$ 付近の3つの位相角であることが見てとれる。他方、 $\theta = 30^\circ, 150^\circ, 270^\circ$ 付近で、トルクは負の最大値をとる。 $\exp(C_T)$ の値で囲まれた領域から半径1の円を引いた領域の面積が正の値となるか、負の値となるかによって、ローターが被動機として機能するのか、原動機として機能するのか判断できる。つまり、周速比が $\lambda = 0.4$ (図中の赤丸印) のとき、その面積は正となることから、このときローターは主として被動機として機能しており、周速比が $\lambda = 0.5$ (図中の青三角印) のときには、その面積は負となることから、主として原動機として機能していることが分かる。

3.2. 一様流を受けて自動的に回転するローター

本小節では、ローターが静止状態から一様流を受けて反時計まわりに自動的に回転する問題についてシミュレートする。そのときの角速度 $\Omega(t)$ は第2.3節で述べたように、時々刻々、ローターの運動方程式(11)を解くことにより求められる。

図8は、ローターが起動し始めてから安定に回転するまでの角速度 $\Omega(t)$ とトルク係数 $C_T(t)$ の時間履歴を示したものである。ここでも、ローターの位相角 $\theta(t)$ の値をあわせて打点してある。この結果から分かるように、本計算ではローターが安定して回転を始めてから3回転するまで計算を行っている (運動開始から7回転)。この問題の場合、ローターが1回転する間、トルク係数 $C_T(t)$ だけでなく、角速度 $\Omega(t)$ の値も時間的に変動するが、安定回転を始めてからの角速度の時間平均値を計算すると $\bar{\Omega} = 0.42$ となり、前節の図5の結果と一致することが確認できる。本稿で扱うローターは、2枚ブレードのサボニウス・ローターに比べるとやや複雑な形状をしているため、図8の結果から角速度とトルク係数に含まれる主要な周波数を判別し難くなっている。そこで、ローターが安定回転を始めてからの角速度とトルク係数をFFTで処理した結果を図9に示す。この結果、ローターは比較的なめらかに回転しており、角速度の周期は約4.55 (基本周波数0.22) であることが確認できる。図10

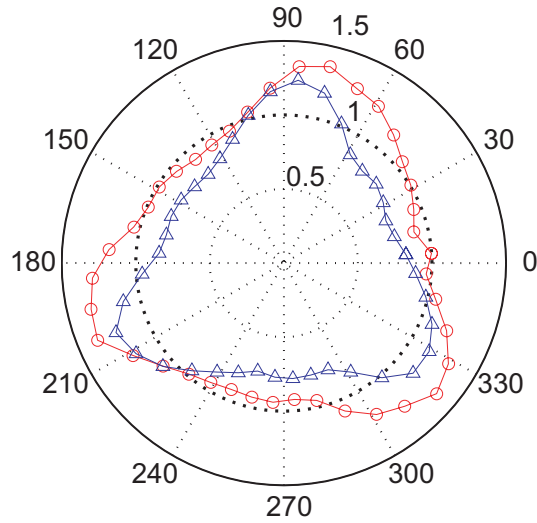


図7 トルク係数 $\exp(C_T)$ のローター角 θ に対する極座標表示. (赤丸) : $\lambda = 0.4$, (青三角) : $\lambda = 0.5$

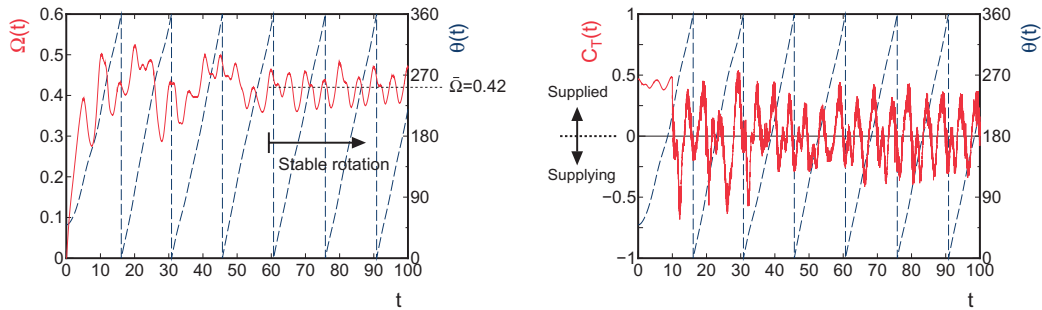


図8 一様流を受けて自動的に回転するローターの角速度 $\Omega(t)$ (左図) とトルク係数 $C_T(t)$ (右図) の時間履歴

は、ローターが安定して回転しているときの角速度 Ω とトルク係数 $\exp(C_T)$ の値をローター角 θ に対して極座標表示したものである。ローターが安定回転しているとき、角速度は 0.42 付近でなめらかに変動しており、トルク係数 $\exp(C_T)$ は位相角 $\theta := \theta_{C_T^+} \approx 80^\circ, 200^\circ, 320^\circ$ 付近を頂点とする三角形を形成していることが見てとれる。トルク係数 C_T の値が正であるか負であるかを考えるとき、図7と同様にして、この三角形の頂点を構成する3つの位相角と、三角形の各辺の中点にあたる位相角 ($\theta := \theta_{C_T^-} \approx 30^\circ, 150^\circ, 270^\circ$) の2組に分けるとよい。そのとき、前者はトルク係数が正の最大値をとる位相角 (つまり、ローターが流体からトルクを受けとる)、後者はトルク係数が負の最大値をとる位相角 (つまり、ローターが流体にトルクを供給する) となっている。位相角は 120° ずつ離れているが、これは3枚のブレードの取り付け位置に対応している。それら2組の位相角における、ローター表面上の圧力分布、ローターまわりの流線、および等渦度線を描いたものが図11である。トルク係数の値が負となるときの (図11上段)、下側のブレードに正トルク方向の大きな圧力分布が見られるが、上側の円筒表面と左上のブレード内側に働く負トルク方向の圧力分布がそれを打ち消してしまい、その結果、トルクは負の値になってしまう。これは、左上のブレード先端から放出されるはく離渦が影響していることが、流線および等渦度線から見てとれる。他方、トルク係数の値が正となるときの (図11下段)、各ブレードおよび円筒表面に働く圧力分布は比較的小さい。そのなかでも、右下のブレードから放出される正のはく離渦によって、このブレード外側に働く圧力分布が正トルクに大

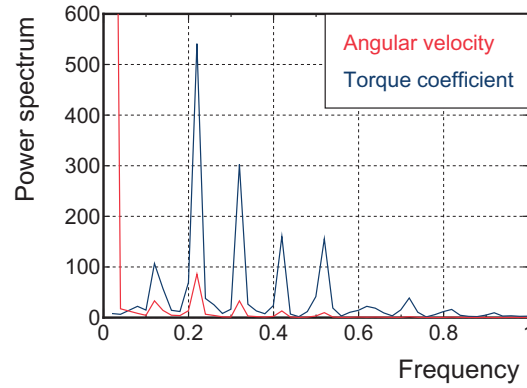


図9 ローターが安定回転した後の角速度 $\Omega(t)$ とトルク係数 $C_T(t)$ のFFTスペクトル

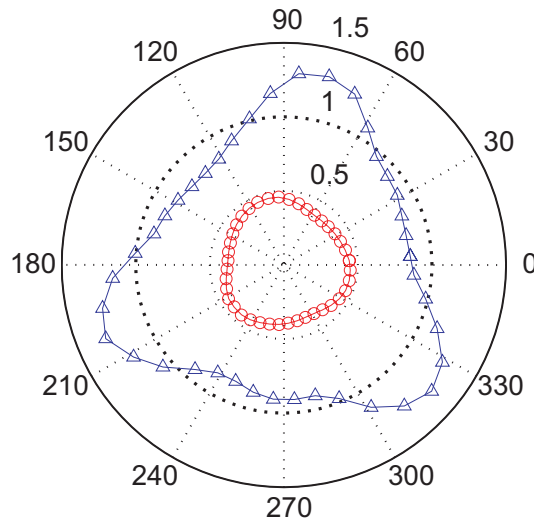


図10 ローターが安定回転した後の角速度 $\Omega(t)$ (赤丸) とトルク係数 $\exp(C_T)$ (青三角) のローター角 θ に対する極座標表示

きく寄与していることが観察される^{**}. 参考のため、曳航水槽を用いて行った、周速比が $\lambda = 0.4$ のときの粒子追跡流速計 (Particle Tracking Velocimetry; PTV) による可視化実験の結果⁽³⁰⁾ を図12に示しておく. この実験結果と本計算結果の図11 (右下図) を見比べると、はく離渦の形成位置など、流れの様子が良く一致していることが確認できる.

4. おわりに

本稿では、一様流を受けて自動的に回転するローターまわりの流れの数値解析手法を開発することを主な目的として、中心円筒に3枚の1/4円弧型ブレードを取り付けた抗力型の垂直軸ローターにつ

^{**}Saffman⁽²⁹⁾によれば、流体から受けるトルクは、

$$\int_{\mathcal{Q}} \mathbf{x} \wedge \mathbf{F} dS = -\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{Q}} |\mathbf{x}|^2 \omega dS \quad (12)$$

のように記述される.

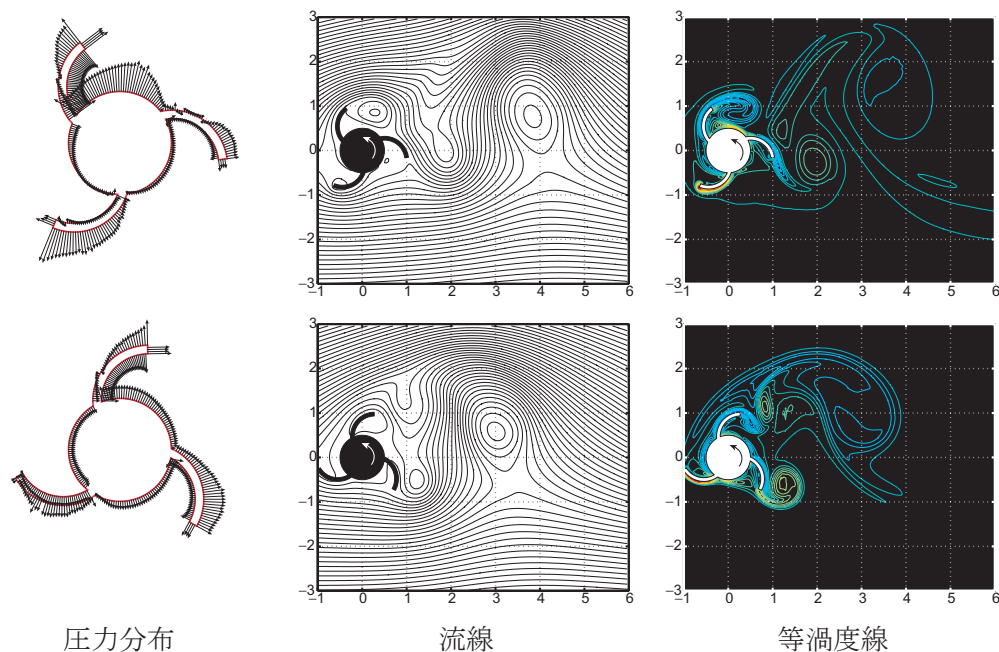


図 11 トルク係数が負の最大値（上段： $\theta = \theta_{CT-}$ ），正の最大値（下段： $\theta = \theta_{CT+}$ ）をとるときのローター表面上の圧力分布（ $\times 0.08$ ），流線，等渦度線

いて計算を行った。その結果，従来までのローターを一定角速度で回転させる計算手法では再現できなかった，ローターが1回転する間の角速度やトルクの時間変動を数値的に捉えることが可能となった。この成果は，風車の解析では特に重要となる「起動時のメカニズムの解析」にも非常に有用となり，今後の発展が期待できる。将来的には，冒頭でも述べたように，本稿のローターの外側に揚力型のローターを配置することにより，高効率なハイブリッド・タービンの開発を目指している。

本稿で扱ったローターは，本学融合科学研究所の研究テーマ「街の機能にも貢献する新規垂直軸型風力タービンの開発」で採用している形状でもある。そこでは，サボニウス型のローターに比べ，中心円筒も含めた側面積が大きいことを利用して，ローター表面にLEDライトを貼り付け，街の広告塔にもなりうる“回り灯籠”のような街灯を製作することを目標としている。その製作においても，本稿の結果やブレードの取り付け角を変えた結果⁽³¹⁾は大いに役立つことであろう。

謝辞

本稿の内容は本学融合科学研究所の研究テーマの一部でもある。着任まもない小職の研究テーマにも関わらず，本学理工学部の准教授・堀江昌朗先生，講師・工藤隆則先生，准教授・石田裕子先生には研究分担者として快くご参加頂いた。ここに記して謝意を表す。特に，堀江昌朗先生には学部3年生の授業「機械創成応用演習」で，学習教材として本ローターを採用して頂き，教育的にも活用できるようにご配慮頂いた。また，工藤隆則先生には風車製作の際に必要な「昇圧回路」の電子工作について有益なご助言を頂いた。ここに重ねて謝意を表す。

付記

図 13 のように，原点 \mathbf{O} に中心を置く半径 R_1 の中心円筒表面上の位置 (x_1, y_1) に，取り付け角 α で取り付けられた半径 R_2 （中心座標 $\mathbf{O}'(x_2, y_2)$ ）の $1/4$ 円弧型ブレード表面上の位置 (x, y) は以下のように求められる。

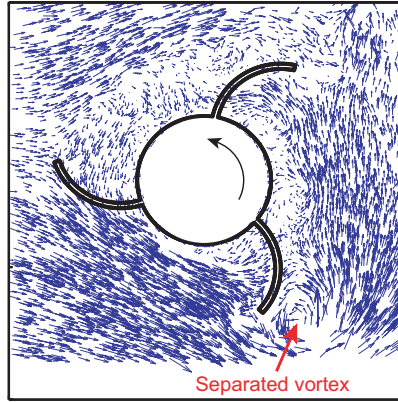


図 12 曳航水槽による周速比 $\lambda = 0.4$ のときの PTV 結果⁽³⁰⁾

円筒表面上の角度 θ_1 における位置 (x_1, y_1) は,

$$x_1 = R_1 \cos \theta_1 = x_2 + R_2 \cos \theta_2 \quad (13)$$

$$y_1 = R_1 \sin \theta_1 = y_2 + R_2 \sin \theta_2 \quad (14)$$

さらに,

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = R_2^2, \quad \theta_2 = \pi/2 + \alpha + \theta_1 \quad (15)$$

なる関係から, ブレード表面上の位置 (x, y) は

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + R_2 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - R_2 \cos \theta_2 \\ y_1 - R_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix} + R_2 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \\ &= R_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} - R_2 \begin{pmatrix} \cos(\pi/2 + \alpha + \theta_1) \\ \sin(\pi/2 + \alpha + \theta_1) \end{pmatrix} + R_2 \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

のように, 角度 θ_1 で記述できる. ただし, ブレードは 1/4 円弧型であるので, 角度 θ は $\theta_2 - \pi/2 \leq \theta \leq \theta_2$ である (θ_2 は式 (15) を参照). ここでは, 中心円筒の半径 R_1 とブレードの半径 R_2 を $R_1 \neq R_2$ として求めたが, 本計算で扱うローターでは, $R_1 = R_2$ としている. また, 実際にパネルを構成する際には, ブレードの肉厚 Δ を考慮している.

参考文献

- (1) 牛山泉, 「風車工学入門 (第 2 版)」, 森北出版, (2013).
- (2) 牛山泉, 「サボニウス風車の最適設計形状に関する研究」, 日本機械学会論文集 (B) 編, **52-480** (1986), pp.2973–2982.
- (3) Sutherland, H.J., Berg, D.E. and Ashwill, T.D., “A Retrospective of VAWT Technology,” *Sandia Report* (Sandia National Laboratories) (2012), SAND2012-0304. Translated by NEDO, 「垂直軸型風力タービンの過去分析および洋上利用の将来方向の調査レポート (米国)」, NEDO 海外レポート, (2012), No.1088.
- (4) 中嶋智也, 「垂直軸風車」, 特願 2014–504655, WO2013136660A1, PCT/JP2013/000770.

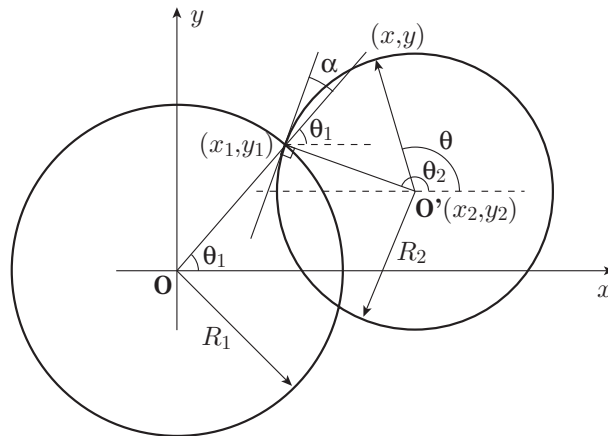


図 13 1/4 円弧型ブレード表面上の座標

- (5) 小林敏雄編, 「数値流体力学ハンドブック」, 丸善, (2003).
- (6) Koumoutsakos, P. and Leonard, A., “High-Resolution Simulations of the Flow around an Impulsively Started Circular Cylinder Using Vortex Methods,” *Journal of Fluid Mechanics* **296** (1995), pp.1–38.
- (7) Bar-Lev, M. and Yang, H.T., “Initial Flow Field over an Impulsively Started Circular Cylinder,” *Journal of Fluid Mechanics* **72** (1975), pp.625–647.
- (8) Shiels, D., “Simulation of Controlled Bluff Body Flow with a Viscous Vortex Method,” PhD dissertation, Caltech, (1998).
- (9) Cottet, G.-H., Michaux, B., Ossia, S. and Linden, G.V., “A Comparison of Spectral and Vortex Methods in Three-Dimensional Incompressible Flows,” *Journal of Computational Physics* **175** (2002), pp.702–712.
- (10) Katz, J. and Plotkin, A., “Low-Speed Aerodynamics, 2nd edn,” Cambridge University Press, (2001).
- (11) Johnson, F.T., Lu, P., Tinoco, E.N. and Epton, M.A., “An Improved Panel Method for the Solution of Three-Dimensional Leading-Edge Vortex Flows, Volume 1–Theory Document,” *NASA Contractor Report 3278* (1980) July.
- (12) Nasef, M.H., El-Askary, W.A., AbdEL-hamid, A.A. and Gad, H.E., “Evaluation of Savonius Rotor Performance: Static and Dynamic Studies,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **123** (2013), pp.1–11.
- (13) Zhou, T. and Rempfer, D., “Numerical Study of Detailed Flow Field and Performance of Savonius Wind Turbines,” *Renewable Energy* **51** (2013), pp.373–381.
- (14) Shaheen, M., El-Sayed, M. and Abdallah, S., “Numerical Study of Two-Bucket Savonius Wind Turbine Cluster,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **137** (2015), pp.78–89.
- (15) Jaohindy, P., McTavish, S., Garde, F. and Bastide, A., “An Analysis of the Transient Forces Acting on Savonius Rotors with Different Aspect Ratios,” *Renewable Energy* **55** (2013), pp.286–295.
- (16) Jaohindy, P., Ennamiri, H., Garde, F. and Bastide, A., “Numerical Investigation of Airflow Through a Savonius Rotor,” *Wind Energy* **17** (2014), pp.853–868.

- (17) Ueda, Y., Sellier, A. and Kida, T., “Analysis of Unsteady Interactions Between Cylinders by a Vortex Method,” *Proc. ICVFM* (2005), CD-ROM.
- (18) Ueda, Y., Kida, T. and Iguchi, M., “Steady Approach of Unsteady Low-Reynolds-Number Flow Past Two Rotating Circular Cylinders,” *Journal of Fluid Mechanics* **736** (2013), pp.414–443.
- (19) Greengard, L. and Rokhlin, V., “A Fast Algorithm for Particle Simulations,” *Journal of Computational Physics* **73** (1987), pp.325–348.
- (20) Beale, J.T. and Majda, A., “Rates of Convergence for Viscous Splitting of the Navier–Stokes Equations,” *Mathematics of Computation* **37** (1981), p.243.
- (21) Degond, P. and Mas-Gallic, S., “The Weighted Particle Method for Convection–Diffusion Equations, Part 1. The Case of an Isotropic Viscosity, Part 2. The Anisotropic Case,” *Mathematics of Computation* **53** (1989), pp.485–525.
- (22) Cottet, G.-H. and Koumoutsakos, P., “Vortex Methods: Theory and Practice,” Cambridge University Press, (2000).
- (23) Ploumhans, P. and Winckelmans, G.S., “Vortex Methods for High-Resolution Simulations of Viscous Flow Past Bluff Bodies of General Geometry,” *Journal of Computational Physics* **165** (2000), pp.354–406.
- (24) Koumoutsakos, P., Leonard, A. and Pépin, F., “Boundary Conditions for Viscous Vortex Methods,” *Journal of Computational Physics* **113** (1994), pp.52–61.
- (25) Beale, J.T. and Majda, A., “High Order Accurate Vortex Methods with Explicit Velocity Kernels,” *Journal of Computational Physics* **58** (1985), pp.188–208.
- (26) Koumoutsakos, P., “Multiscale Flow Simulations Using Particles,” *Annual Review of Fluid Mechanics* **37** (2005), pp.457–487.
- (27) Uhlman, J.S., “An integral equation formulation of the equation of motion of an incompressible fluid,” *Navel Undersea Warfare Center T.R.* **10** (1992), p.086.
- (28) 木田輝彦, 坂手弘幸, 中嶋智也, 「二次元渦法における非定常圧力場の計算法について」, 日本機械学会論文集 (B) 編, **63-606** (1997), pp.378–386.
- (29) Saffman, P.G., “Vortex Dynamics”, Cambridge University Press, (1992).
- (30) 徳増佑太, 植田芳昭, 中嶋智也, 「円筒を持つサボニウス風車まわりの流れの可視化 (低周速比の場合)」, 第37回風力エネルギー利用シンポジウム講演論文集, (2015), pp.331–334.
- (31) Ueda, Y., Ariyoshi, S., Sagawa, T. and Nakajima, T., “Visualization of a flow around a VAWT consisting of three quarter circular-arc wings attached to a cylindrical core (Influence of attachment angle),” *Proc. ISEM in Vietnam* (2016), Accepted.